Diversitas Journal

ISSN 2525-5215
DOI: 10.17648/diversitas-journal-v6i1-1597

Volume 6, Número 1 (jan./mar. 2021) pp: 1384-1405.
https://periodicos.ifal.edu.br/diversitas_journal/

Concepções de álgebra na educação matemática

Algebra conceptions in mathematics education

José Eronildo de Melo[1]; Leopoldo Oscar Briones Salazar[2]; Claudiene Cordeiro Leandro Bispo[3]; Maria Sizino de Lira[4]; José Saraiva dos Santos[5]

[1]ORCID nº https://orcid.org/0000-0003-0359-6930, Pós-doutorando; Universidad de Desarrollo Sustentable - UDS; Assunção, Paraguai; eronildomelo@gmail.com;
[2]ID Lattes: http://lattes.cnpq.br/0000677340603200, Diretor Geral Visión Educacional Chile: www.vechile.org. Diretor Pós-graduação UDS, Assunção, Paraguai. Diretor Programas de Pós-graduação Universidade Internacional SEK, Chile. Coordenador Unidade de Desenvolvimento Curricular Centro tecnológico Pontifícia Universidade Católica de Valparaíso, Chile. E-mail: leopoldobriones@gmail.com;
[3]ID Lattes: http://lattes.cnpq.br/5348677365681612, Pós-doutoranda; Universidad de Desarrollo Sustentable - UDS; Assunção, Paraguai. E-mail: claudienecordeiro@hotmail.com;
[4]Maria Sizino Lira Santos, Pós-doutoranda; Universidad de Desarrollo Sustentable - UDS; Assunção, Paraguai. E-mail: mariasizino2013@hotmail.com;
[5]ID Lattes: http://lattes.cnpq.br/6295821688007758 , Mestrando; Universidade Estadual de Alagoas - UNEAL; Arapiraca, Alagoas. E-mail: josesaraiva.santos@hotmail.com.

Recebido em: 26 de novembro de 2020; Aceito em: 30 de dezembro de 2020; publicado em 31 de janeiro de 2021. Copyright© Autor, 2021.

RESUMO: Este artigo objetiva articular os conhecimentos algébricos elementares desenvolvidos por professores e os seus perfis conceituais, consoante Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Usiskin (1995), Lins e Gimenez (1997), Figueiredo (1997) e Lee (2001). Partimos de um estudo bibliográfico para fundamentar o marco teórico e aplicação de um questionário a fim de identificar as concepções dos professores acerca do ensino de álgebra elementar de acordo com Lee. A articulação natural entre situações concretas e do cotidiano para que os alunos visualizem a aplicação da álgebra, em distintos contextos, é fundamental para a construção do raciocínio algébrico. No tocante ao ato de ensinar álgebra principalmente é preciso ter em mente o objeto de estudo e transitar entre os diferentes registros semióticos a ele relacionados, como aponta Duval (2009). Bem como ampliar a forma de abordar a álgebra a partir de várias concepções possíveis.
PALAVRAS-CHAVES: Educação algébrica, Concepções, Significados.

ABSTRACT: This article aims to articulate the elementary algebraic knowledge developed by teachers and their conceptual profiles, according to Fiorentini, Miorim and Miguel (1993), Usiskin (1995), Lins and Gimenez (1997), Figueiredo (1997) and Lee (2001). We started from a bibliographic study to support the theoretical framework and the application of a questionnaire in order to identify the teachers' conceptions about teaching elementary algebra according to Lee. The natural articulation between concrete and everyday situations for students to visualize the application algebra, in different contexts, is fundamental for the construction of algebraic reasoning. With regard to the act of teaching algebra, it is necessary to bear in mind the object of study and move between the different semiotic records related to it, as pointed out by Duval (2009). As well as expanding the way of approaching algebra from several possible conceptions.
KEYWORDS: Algebraic education, Conceptions, Meanings.

INTRODUÇÃO

A álgebra é a parte da matemática que estuda as estruturas abstratas dos entes matemáticos. O ensino de aritmética precede o de álgebra no currículo de matemática da educação básica em geral. É um pensamento solidificado num currículo tradicional que gera problemas futuros, haja vista a ruptura do processo de ensino. Vemos isso como um equívoco nocivo ao aprendizado da matemática, no que se refere à produção de significados para os campos da aritmética e da álgebra.

> La conceptualización de significados matemáticos objetivos incrustados en signos matemáticos convencionales no proviene de recibir esos significados y almacenarlos. Por el contrario, la conceptualización surge de los esfuerzos de los aprendices por recrear y reinventar tales significados a través de sus propios actos de interpretación. (SÁENZ-LUDLOW, 2016, p. 169).

A álgebra contribui para identificar padrões e generalizações, uso de raciocínio mais abrangente e abstrato, reconhecer relações e funções, representar, organizar e analisar situações e estruturas matemáticas usando símbolos e propriedades; criar modelos matemáticos para representar, compreender e estudar relações quantitativas, e analisar a variação em vários contextos. "[...] as dificuldades que o aluno tem em álgebra não são tanto da álgebra propriamente dita, mas de problemas em aritmética que não foram corrigidos." (BOOTH, 2004, p. 33).

É essencial que o aluno compreenda a generalização das relações e procedimentos aritméticos dentro do contexto aritmético, para que ele não leve conceitos mal formulados para o contexto algébrico.

Reproduzir a ação como sinal de adestramento ou automatismo não representa a aprendizagem dos significados os quais justificam a operação nem as ideias subjacentes envolvidas, muito menos o alcance da potencialidade envolvida para analisar casos similares ou fazer generalizações.

> A linguagem algébrica cria a possibilidade de distanciamento em relação aos elementos semânticos que os símbolos representam. Deste modo (sic), a simbologia algébrica e a respectiva sintaxe ganham vida própria e tornam-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 8).

De um lado, grande parte da matemática não existiria sem os símbolos; de outro, o uso sem referentes significativos torna as atividades repetitivas improdutivas.

"O pensamento algébrico é algo que se manifesta quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, expressas através de linguagens cada vez mais formais" (KAPUT, 2008, apud PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 9). Generalizar é um ato que pode ser realizado desde os anos iniciais de escolarização na aritmética, na geometria, na álgebra, na modelagem matemática, nos conceitos matemáticos em geral.

A ideia do uso de letras sofre mudanças de acordo com o contexto histórico abordado. Discutir os significados em cada situação é uma necessidade ulterior. "Práticas didáticas cheias de sentido, com significação e pensamento algébrico tendem a dirimir as incongruências entre o ensino de álgebra e sua aprendizagem." (MELO, 2017). Portanto, quanto maior a quantidade de experiências distintas o aluno tiver, melhor a sua capacidade de interpretar o sentido da letra e seu conceito associado a ele.

Historicamente, a álgebra tem sido ensinada e aprendida como um conjunto de procedimentos, aquém do mundo tangível dos estudantes e de outro conhecimento matemático. A álgebra não é condição necessária para todas as profissões, então não deveria ser componente cativo no currículo obrigatório. Porém, entendemos que se ela for ensinada de forma correta e com significados é útil a muitas profissões que não a utilizam de forma explícita.

> I argue against the goal of "algebra for all" on the grounds that, while collectively a cadre of mathematical and scientific specialists is needed for society to operate effectively, most individuals in our society do not need to have studied algebra. This by no means implies that anyone should be denied the opportunity to do so (in an intellectually stimulating way). Moreover, students should be encouraged to study algebra in the spirit of keeping options open, given its status as a gatekeeper to many educational and economic opportunities. (GREER, 2008, p. 427).

Na utilização de diferentes registros de representação semiótica para a aprendizagem de álgebra, é importante que a noção de equação intuitivo-pragmática esteja articulada ao campo geométrico para enriquecer a variabilidade de diferentes formas de representação por meio de gráficos, diagramas, interseção de curvas etc.

A priori, as concepções de educação algébrica por parte dos professores são construídas pela influência da sua formação quando eles eram alunos na Educação Básica e depois pelas ideias adquiridas na graduação.

REFERENCIAL TEÓRICO

As concepções de álgebra estão associadas à modelagem matemática, à resolução de problemas, à resolução de situações-problemas, à representação de equações e também de inequações, ao uso da abstração, à prática pedagógica e à evolução histórica da álgebra e da educação algébrica.

> Los conceptos matemáticos que deben aprenderse son estáticos en tanto que los procesos de interpretación son dinámicos. Existen maneras formales de hablar sobre los conceptos matemáticos, como también maneras idiosincrásicas e informales de hablar en los procesos de interpretación. Los significados de los conceptos matemáticos están ya abstraídos, validados y generalizados, mientras que los significados matemáticos en los procesos personales de interpretación se encuentran en un estado de llegar a ser abstraídos, validados y generalizados. (SÁENZ-LUDLOW, 2016, p. 167).

A seguir estão as concepções de educação algébrica encontradas nos trabalhos dos seguintes teóricos mais referenciados: a) Fiorentini, Miorim e Miguel ao abordarem uma visão ligada à evolução histórica da Álgebra na resolução de equações; b) Usiskin ao categorizar a álgebra quanto aos multissignificados de variável; c) Lins e Gimenez ao sinalizar a importância da produção de significados nas atividades algébricas e elencar alguns exemplos de práticas pouco instrutivas ao se estudar Álgebra, e d) Lesley Lee ao elencar as concepções de Álgebra citadas pelos professores de matemática de vários países.

a) os teóricos Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 83-85) identificam 3 (três) concepções sobre educação algébrica de acordo com uma visão mais analítica associada ao desenvolvimento histórico da resolução de problemas. Sejam elas:

1. Linguístico-pragmática: concepção ligada à resolução de problemas via técnica do transformismo algébrico "basicamente mecânico-formal", focalizando a dimensão sintático-semântica ao passo que os problemas eram artificiais e independentes de objetos concretos, sendo prática comum até o MMM (Movimento Matemática Moderna).

2. Fundamentalista-estrutural: concepção ligada às propriedades estruturais das operações algébricas como forma de fundamentar o transformismo algébrico e capacitar o aluno a aplicar essas propriedades em diversos contextos subjacentes, sob o "aspecto lógico-estrutural".

3. Fundamentalista-analógica: concepção ligada à resolução de problemas

aglutinando as concepções anteriores e buscando recursos visuais físicos, geométricos etc. para justificar as passagens presentes no transformismo algébrico.

Os autores identificam nessas concepções duas tendências didaticamente nocivas no ensino de álgebra, em detrimento da construção do pensamento algébrico: 1) priorizar a construção da linguagem algébrica; 2) priorizar o ensino da linguagem algébrica já construída.

Entendemos que a construção do pensamento algébrico deve ser construída concomitante ao sentido da linguagem algébrica, e a utilização da simbologia deve ser gradativa para não reduzir a álgebra ao simples transformismo algébrico em seus processos de ensino e de aprendizagem.

Agora, as multiconcepções de álgebra de acordo com a abordagem estrutural da educação algébrica e a utilização das variáveis. Eis as concepções propostas por:

b) Usiskin (2004, p. 13-19), a partir da visão do papel das letras como variáveis no desenvolvimento da álgebra e da educação algébrica:

1. Aritmética generalizada: concepção em que o aluno deve ser capaz de traduzir e generalizar situações, obtendo uma expressão algébrica para representar padrões numéricos. Como por exemplo: perceber as propriedades da álgebra em situações variadas.

2. Estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas: concepção vinculada à resolução de problemas, nesse caso envolvendo incógnitas cujos valores devem ser encontrados utilizando-se da linguagem simbólica da álgebra para simplificar e resolver por meio de equações equivalentes.

3. Estudo de relações entre grandezas: atividades que envolvem variáveis, como argumentos e parâmetros, relacionando gráficos para representá-las. Por exemplo, em uma atividade sobre área de figuras geométricas com fórmulas, pode-se relacionar linguagem e pensamento algébricos;

4. Estudo das estruturas matemáticas: concepção em que a variável designa um conjunto de valores e significa qualquer símbolo abstrato. Manipular símbolos arbitrários desconexos com o problema. Por exemplo: nas fatorações e nas identidades.

c) Lins e Gimenez (1997, p. 131-132) advertem aos docentes quanto ao uso das seguintes concepções de álgebra de ordem conceitual e pedagógica na construção do pensamento algébrico:

1. Letrista: concepção associada ao uso de letras de forma arbitrária muito comum

em livros didáticos brasileiros e consequentemente da prática de muitos professores. É uma concepção equivocada por ignorar

> [...] que o 'texto em letras' não carrega, em si, significado algum, e que este significado é produzido em relação a um núcleo, e que via de regra há muitos significados possíveis; todo 'cálculo com letras' está subordinado a uma *lógica das operações*, e essa lógica imprime características particulares às possibilidades desse cálculo. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 131, grifo dos autores).

2. Letrista Facilitadora: concepção associada ao uso de letras para representar situações concretas como forma de abstração. É uma concepção equivocada por ignorar

> [...] que a passagem de um *campo semântico* constituído em torno de um núcleo familiar para um outro *campo semântico* constituído em torno de um outro núcleo – possível e até provavelmente não-familiar (sic) – não se dá por 'passagem suave', 'abstração', 'generalização' ou qualquer outra coisa que sugira que permanece de alguma forma uma 'essência'. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 131-132, grifos dos autores).

3. Modelagem Matemática: concepção que parte de uma situação concreta para criar alguma expressão para resolver o problema.

Esses pontos acima discutidos estão arraigados na maioria das publicações de livros didáticos, ao passo que:

> [...] precisamos que as editoras e as universidades colaborem mais, para produzir material que ofereça alternativa ao que domina hoje, mas, por outro lado, é mais do que provável que a repetição dessa prática por tanto tempo, aliada ao fato de que o livro representa uma voz que se reveste de *autoridade*, termine por constituir, para a maioria dos professores, a noção de que a atividade algébrica é 'cálculo literal' [...] (LINS; GIMENES, 1997, p. 106, grifo dos autores).

Investigar os significados produzidos para uma mesma afirmação é pertinente, pois:

> [...] não basta que os alunos enunciem as mesmas afirmações que nós: continua sendo necessário investigar os significados produzidos. Isso derruba de forma categórica as posições 'letristas', e revela que as posições 'facilitadoras' ignoram o fato de que produtos notáveis como áreas e como manipulação simbólica guardam em comum apenas o texto da *afirmação*, mas não a *justificação* que torna sua enunciação legítima. Em outras palavras, de áreas para pensamento algébrico ou de balanças para pensamento algébrico há *rupturas*, e não 'abstração' ou 'passagem'. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 121, grifos dos autores).

Existe uma visão errônea da matemática de que ela deve ser problematizada em situações práticas do cotidiano, como no caso do uso de balanças de dois pratos para resolver a equação: $5x + 80 = 7$, ou uso de bolinhas etc. Existem limites internos no processo de significado em um sem-número de situações matemáticas no contexto escolar. “A essa impossibilidade chamamos de *limite epistemológico* [...]” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 143, grifo dos autores).

Eis as seis concepções de educação algébrica propostas por Lee (2001, p. 392-300), com base em sua pesquisa com professores em escala mundial que durou quatro anos:

1. Álgebra é uma linguagem. A álgebra é uma linguagem com simbologia bem ordenada pela sintaxe e semântica próprias; assim sendo, o quanto mais cedo a aprendizagem dessa linguagem acontecer, melhor;

2. Álgebra como caminho de pensamento. A álgebra usa o raciocínio sobre padrões e generalizações em termos do geral nas atividades desenvolvidas nas relações matemáticas e não em seus objetos;

3. Álgebra como atividade. Relaciona-se às concepções anteriores e refere-se ao modelo de construção da atividade com manipulações algébricas para pensar, representar, socializar propriedades e padrões ao envolver a modelagem matemática e, recursos de representação com objetos em vez de letras, uma multiplicidade de estratégias, como: desenhos, esquemas, gráficos, aplicativos, calculadoras etc.

4. Álgebra como ferramenta. A álgebra é uma ferramenta essencial para resolver problemas matemáticos e não matemáticos, cuja resolução seria inviável sem ela, desde que a ideia do pensamento algébrico e da atividade algébrica sejam consideradas;

5. Álgebra como aritmética generalizada. Consiste em generalizar, padronizar e utilizar a simbologia algébrica como uma ampliação conceitual da aritmética.

6. Álgebra como cultura. Refere-se aos valores, à história e às crenças associadas à construção da álgebra ao longo do tempo; esse cômputo cultural é fecundo para a construção do pensamento algébrico, bem como enriquecer a interação com a aritmética e a geometria.

A concepção seguinte não foi desenvolvida completamente no estudo da autora.

7. Álgebra é uma disciplina. Essa concepção está relacionada com a transposição didática, porém a autora não desenvolveu sua definição precisa. Logo, consideraremos apenas as seis concepções anteriores.

Em toda ação docente existe uma intencionalidade de forma explícita ou não motivada pelas concepções dos professores. Essa não neutralidade dá-se pelas mais variadas razões: formação, experiências, empirismo, contexto escolar e a sociedade circundante. Donde podemos afirmar: "[...] o ensino restrito a um aspecto da álgebra, (sic) impede a compreensão ampla e profunda desta (sic) área do conhecimento matemático." (SCARLASSARI, 2007, p. 29).

Agora, os sete aspectos da álgebra são identificados na passagem da aritmética para a álgebra. Eles são habilidades cognitivas a serem adquiridas pelo aluno no desenvolvimento mental para aprendizagem do abstrato em matemática, sobretudo, da álgebra. A lista a seguir é uma generalização do artigo de Martins e Dias (2017, p. 90-103) que por sua vez generalizaram trabalhos de Chevallard e Robinet publicados nas últimas três décadas. Eis os sete aspectos da passagem da aritmética para a álgebra, ou ainda: aspectos da álgebra (habilidades cognitivas): memória, linguagem, generalização, equivalência entre ostensivos, equivalência da igualdade, análise e estrutura.

Memória - Operar subtarefas sem perder de vista a tarefa principal e, paralelamente, escrever (registrar) os passos subsunçores para execução daquela tarefa. (Ideia embasada em Chevallard). Exemplo: Divisão polinomial pelo algoritmo de Euclides.

Linguagem - Sistema de símbolos e notações para representar registros semióticos e comunicá-los de forma generalizada, com semântica e sintática próprias. Nesta ordem: verbal, sincopada e simbólica. (Ideia embasada em Duval e Chevallard). Exemplo: Sistema de numeração decimal.

Generalização - Descrever de forma ampla uma classe de valores numéricos ou não de modo que a solução para dada situação seja sempre a mesma. E uso de linguagem simbólica. (Ideia embasada em Chevallard). Exemplo: Resolver problemas com variáveis.

Equivalência entre ostensivos - Não ostensivo é o objeto de estudo. Por exemplo: aquilo que não assume uma forma material, a saber: noções, conceitos, ideias. Ostensivos são representações semióticas do objeto de estudo. (Ideia embasada em Chevallard). Exemplos: Ostensivo: escrita. Não ostensivo (imaterial): conceito.

Equivalência da igualdade - Na aritmética o sinal de igualdade tem valor unidirecional, da esquerda para direita e o resultado é um número. Enquanto que, na álgebra, bidirecional. Na equivalência, novos ostensivos podem se corresponder para representar um mesmo não ostensivo a eles associado. (Ideia embasada em Chevallard).

Exemplo: Álgebra: 2 + 1 = 4 - 1 = ...

Análise - Ato cognitivo para resolver situações com o conhecimento disponível na fase pré-álgebra. (Ideia embasada em Aline Robert). Exemplo: Encontrar algarismo incógnitos em um algoritmo da multiplicação.

Estrutura - Atender as propriedades, conceitos e noções operatórias em suas diferentes formas de representação para tornar possível ordenar as partes para construir o todo. (Ideia embasada em Chevallard). Exemplo: Resolver as operações dentro dos parênteses primeiro para depois relacionar com o resto da expressão, questão.

A álgebra é o ramo da matemática cujo desenvolvimento ocorreu de forma exponencial desde meados do século XX: criação de linguagens para computação, gerando inúmeras áreas de estudo, promoveu a criação de muitas aplicações nas outras áreas da ciência através da modelagem matemática e mesmo assim ainda é uma das áreas mais difíceis tanto de ensinar quanto para se aprender porque exige além de dedicação, abstração e perseverança.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O propósito deste trabalho é analisar principalmente as concepções de álgebra propostas por Lee (2001, p. 392-399) e, também, fazer um comparativo com as concepções de álgebra propostas por: Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, p. 78-91) com uma visão mais histórica e envolvendo a resolução de equações, comparar com as concepções de álgebra com ênfase nos multissignificados de variável, propostas por Usiskin (1995, p. 9-22) e, também, correlacionar com as concepções de álgebra comum na prática dos professores listadas por Lins e Gimenez (1997, p. 109, 131-132).

Optamos por fazer uma pesquisa explicativa uma vez que registramos e analisamos os fenômenos estudados na "busca de identificar suas causas, seja através da aplicação do método experimental/matemático, seja através da interpretação possibilitada pelos métodos qualitativos" (SEVERINO, 2007, p.123). A técnica utilizada foi a aplicação de um questionário com questões sistematicamente articuladas com o objetivo de colher informações escritas dos professores de matemática, afim de conhecer suas opiniões sobre as ideias da álgebra; os dados coletados servem para ter um recorte significativo das concepções, prática pedagógica e as ideais expressas na secção aberta para justificar as respostas às perguntas do questionário.

Fizemos uma análise quantitativa para melhor observar o comportamento e a tendência das respostas dos professores e uma posterior análise qualitativa com uma interpretação de forma discursiva, considerando a subjetividade das respostas expressas nas respostas dos professores participantes da pesquisa e buscamos articular as impressões obtidas na aplicação do questionário com a leitura teórica da fundamentação teórica base desta pesquisa, com o intuito de estabelecer conexões com práticas docentes fecundas para melhor aprendizagem dos discentes. Na análise das respostas colhidas, quanto às concepções dos professores sobre o ensino de álgebra foram consideradas os significados, as concepções e a produção de significados.

Os dados obtidos na pesquisa visam orientar para possibilidades pedagógicas para a prática docente do professor no ensino de álgebra tenha melhor aprendizagem para seus alunos. Eis as concepções em que eles foram investigados, consoante a categorização de Lee: álgebra é uma linguagem; álgebra como caminho de pensamento; álgebra como atividade; álgebra como ferramenta; álgebra como aritmética generalizada; álgebra como cultura.

Deste modo, buscamos compreender as concepções dos professores de matemática sobre o ensino de álgebra e, posterior análise das perspectivas de ensino para propiciar melhor aprendizagem com significados e acuidade.

A pesquisa foi realizada em 10 (dez) escolas de Educação Básica em Palmeira dos Índios, município situado no interior do Estado de Alagoas, incluindo escolas particulares, municipais e estaduais no ano de 2017.

O trabalho foi realizado a partir das informações fornecidas por 25 (vinte e cinco) professores, já graduados, que lecionam a disciplina matemática na Educação Básica.

A presente pesquisa partiu da aplicação de um questionário com perguntas fechadas e mistas (ver anexo). Ela parte de um levantamento das concepções de álgebra que esses professores. A escolha de questionário para a pesquisa foi motivada pelas vantagens de se obter respostas mais rápidas e objetivas, menor risco de distorção, não influência do pesquisador, descobrir ideias e intuições, uniformização das questões formuladas, facilitar a compilação, tabulação, comparação e análise das informações obtidas.

Todos os pesquisados estavam cientes sobre a importância do trabalho a ser realizado e sua importância para o desenvolvimento da pesquisa. Foram aplicados 25 (vinte e cinco) questionários, sendo que todos foram devidamente respondidos, permitindo assim a análise mais precisa das respostas deles.

Nas questões de 1 (um) a 6 (seis) buscamos identificar o tipo de concepção de educação algébrica os professores têm, sendo apresentas perguntas em cuja resposta o professor poderia concordar, concordar parcialmente ou discordar e ainda um espaço para eles explicarem as razões de suas escolhas; as questões seguem as concepções de educação algébrica propostas por Lee.

Buscamos identificar se o professor tem as seguintes concepções de álgebra na: Questão 1 (um): "Álgebra é uma linguagem"; Questão 2 (dois): "Álgebra como caminho de pensamento"; Questão 3 (três): "Álgebra como atividade"; Questão 4 (quatro): "Álgebra como ferramenta"; Questão 5 (cinco): "Álgebra como aritmética generalizada" e, nesta questão, fica explícito se o professor faz distinção entre aritmética e álgebra ou as toma como iguais, uma vez que o problema apresentado apenas possui solução satisfatória via procedimentos algébricos; e, Questão 6 (seis): "Álgebra como cultura".

Com isso, poderemos ter um recorte instantâneo das concepções dos professores em atuação docente no primeiro semestre do ano letivo de 2017. Quanto maior a concordância nas concepções propostas por Lee, maior a probabilidade de atuação docente em álgebra com significados e, consequentemente, maior aprendizagem dos alunos e, de acordo com a pesquisa de Lee com os professores em escala internacional.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados referentes às concepções de educação algébrica dos professores consultados nas questões de 1 (um) a 6 (seis) do questionário estão tabulados e analisados na tabela a seguir:

Questão 1	**Álgebra é uma linguagem**	
Respostas	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Concordo	5	20
Concordo parcialmente	15	60
Discordo	5	20
Total	25	100

Tabela 1: Questão 1 – Álgebra é uma linguagem

Seguem algumas das explicações dos professores que concordaram que a álgebra é uma linguagem ao considerar o aspecto da linguagem formal como um dos fatores para a dificuldade de aprendizagem da álgebra:

"A abordagem ser suave e simples para cativar a atenção do aluno"; "Percebo que há dificuldades relativas a não compreensão das técnicas algébricas, que estão aliadas ao não entendimento dos conceitos algébricos".

Comentário1: conforme Lee (2001), a álgebra é uma linguagem com simbolismo, sintática e semântica próprias. E como os alunos vêm com uma formação em aritmética bastante frágil - as causas são inúmeras e requerem um olhar atento para a formação dos docentes nas séries iniciais principalmente, eles sentem dificuldades quando se inserem no campo algébrico, de acordo com Booth (2004). Assim, uma abordagem suave e bem articulada ao introduzir o uso da linguagem algébrica, suas técnicas e aprendizagens de os novos conceitos tem forte possibilidade de obter uma aprendizagem favorável.

Seguem algumas explicações dos professores que concordaram parcialmente:

"A falta de interesse às vezes pode ser atribuída aos complexos nomes que aparecem no decorrer do assunto, porém existem outros fatores como o próprio desinteresse pela própria matemática". "Alguns alunos não conseguem entender o porquê de na matemática serem usadas tantas letras, e consequentemente, das "generalizações" feitas através destas, principalmente em definições. Talvez o erro esteja no vicio de se dar a "fórmula com letras" e só após traduzi-la com exemplos numéricos".

Comentário 2. Alguns professores fazem distinção entre a exigência do rigor da linguagem algébrica ser mais apropriada quando se tratam de estruturas como anéis, corpos e grupos – procede tal justificativa, porém a linguagem formal é necessária e deve ser utilizada de forma dosada para que a aprendizagem se baseie na compreensão das relações dentro da atividade algébrica, ou seja: devemos priorizar o conteúdo, os conceitos, as relações entre eles e a forma como se escreve deve estar como objetivo secundário, embora essencial para estudos futuros e maturidade epistemológica.

Agora as explicações dos que discordaram: "Nossos alunos não estão se preocupando em aprender nenhum tipo de conhecimento"; "Não estudar a linguagem formal é fruto da aprovação automática, a qual contribui uma indisciplina geral dos alunos".

Comentário 3. De fato, querer aprender é o ponto necessário e essencial para que o processo de aprendizagem aconteça (LIEURY, 2001) e (DUVAL, 2009). A indisciplina também dificulta ou impossibilita o ensino, sem silencio não há aprendizagem, como sinalizam as pesquisas sobre memória ao afirmarem que o silêncio é o requisito para a memorização (LIEUY, 2001); a facilitação (SADOVSKY, 2007) – "aprovação automática" é um problema sério nas escolas porque muitas vezes os professores são coagidos a aprovarem os alunos sem o mínimo conhecimento, estes são analfabetos matemáticos (Danyluk, 2015) e sem condições de serem promovidos, mas são! É um problema de política pública, como bem frisa Sadovsky (2007).

Resumidamente em relação à questão 1, os professores tanto os discordantes, como os concordantes parciais apresentaram outros fatores, além da linguagem formal, como causas para a diminuição e desinteresse dos alunos, não descartando a exigência do formalismo. Donde, podemos considerar todos os professores admitem a linguagem algébrica como um fator do desinteresse e redução da possibilidade de aprendizagem. Mas de todo modo, concordam: a álgebra é uma linguagem, como categorizou Lee (2001) em sua pesquisa mundial.

Questão 2	**Álgebra como caminho de pensamento**	
Respostas	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Concordo	16	64
Concordo parcialmente	9	36
Discordo	0	0
Total	25	100

Tabela 2: Questão 2 – Álgebra como caminho de pensamento

Seguem alguns dos comentários dos professores que concordaram: "Esta é a função da álgebra: generalizar, detectar padrões". "A generalização é importante para o desenvolvimento do pensamento matemático, contribui na resolução de situações problemas".

Comentário 1. A álgebra tem essa função de generalizar, detectar padrões e utilizar o aprendido em outras situações, como frisa Polya (2006).

Agora as explicações dos professores que concordaram parcialmente: "Há elementos essenciais da álgebra que podem ser trabalhados anteriormente à detecção de padrões e pensamento de generalização". "Desenvolve a capacidade de abstração e de generalização do aluno, munindo-o de importante ferramenta para resolver problemas".

Comentário 2. Os professores alegaram a existência de elementos anteriores a utilização da álgebra caminho de pensamento, como a capacidade de abstração, o entendimento do processo de resolução de problemas e decorar fórmulas. São observações pertinentes, mas não descartam a concepção, na verdade sinalizam para outras que veremos adiante.

Resumidamente temos que os professores concordam com a função primordial da álgebra em generalizar e apresentam elementos confluentes para potencializar este fenômeno essencial à aprendizagem da álgebra e de toda a matemática.

Questão 3	**Álgebra como atividade**	
Respostas	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Concordo	19	76
Concordo parcialmente	6	24
Discordo	0	0
Total	25	100

Tabela 3: Questão 3 – Álgebra como atividade

Seguem as explicações dos professores que concordaram: “Por mais que a questão esteja contextualizada é necessário dominar os conceitos algébricos para aplicá-los a uma situação problema”. “Essa aproximação da álgebra com a modelagem é sempre válida, pois tem contribuído para atividades mais dinâmicas e criativas, despertando dessa forma o interesse dos alunos”.

Comentário 1. A resolução de problemas via modelagem e a manipulação devida dos símbolos contribuem para despertar o interesse dos alunos e aguçar um senso de criticidade.

Agora as explicações dos professores que discordaram parcialmente: “Sempre que possível”. “Depende dos problemas, há problemas que podem ser resolvidos por meio da aritmética e/ou desenho”.

Comentário 2. O questionário aborda afirmações acerca da educação algébrica, isso deve estar bem claro. De fato, há outras formas de resolução em situações especificas podem ser resolvidas via aritmética, geometria etc., assim sendo, não houve desvio significativo nas considerações parciais dos docentes. Não houve discordantes.

Questão 4	**Álgebra como ferramenta**	
	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Aluno 1 acertou	2	8
Aluno 2 acertou	7	28
Ambos acertaram	14	56
Ambos erraram	0	0
Não respondeu	2	8
Total	25	100

Tabela 4: Questão 4 – Álgebra como ferramenta

O aluno 1 acertou, porque: "A resolução do Aluno 1 não chego a dizer que está errada, mas incompleta [...]"

Comentário 1. Sim, a demonstração não prova o que queríamos. O professor talvez não faça distinção entre aritmética e álgebra. Não atentou para as limitações epistemológicas da aritmética. Haja vista este problema não se sustem via resolução aritmética com o uso de casos particulares, embora a iniciativa do aluno deva ser levada em consideração apenas para ser redimensionada para que ele não pense que com esta resposta acertou. De todo modo, está errada!

O aluno 1 errou, porque: "Faltou a padronização, sequência lógica e a linguagem formal [...]". "O aluno 1 errou porque ele particularizou".

Comentário 2. A resolução do problema proposto não admite solução via aritmética. E a utilização de casos particulares de modo algum garante uma propriedade ou legitimam uma demonstração matemática de qualquer natureza.

O aluno 2 acertou, porque: "Porque generalizou para quaisquer números naturais".

Comentário 3. Sim, de fato a única resposta possível é via demonstração algébrica devido ao limite epistemológico da aritmética e provar para casos particulares nada prova para um número natural qualquer.

O aluno 2 errou, porque: Sem comentários dos professores.

Ambos os alunos acertaram, porque: "Ambos acertaram, contudo, não completamente [...]". "As duas estão corretas. Uma é representação algébrica e a outra numérica".

Comentário 4. A justificativa que apresentamos no comentário 1 aplica-se a este caso também. Admitir uma solução errada é condenar o aluno a reforçar o erro e levar a má prática para o resto da vida. Admitir a resposta errada e incentivá-lo é pior do que ensinar não ensinar. Isso é um desserviço educativo e com consequências cruéis para o intelecto!

Questão 5	**Álgebra como aritmética generalizada**	
Respostas	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Concordo	23	92
Concordo parcialmente	2	8
Discordo	0	0
Total	25	100

Tabela 5: Questão 5 – Álgebra como aritmética generalizada

Seguem as explicações dos professores que concordaram: "É o caso de comprovar as propriedades da adição e multiplicação dos números naturais, inteiros, racionais e/ou reais". "Pois, trabalhando dessa forma, torna uma aprendizagem mais significativa";

Comentário 1. De fato, a álgebra pode ser considerada também como aritmética generalizada, pois possui linguagem consistente que lhe permite abstrair, generalizar e operar com problemas que fogem das possibilidades da aritmética, como demonstrações generalizantes, comprovação de propriedades etc.

Apenas um professor concordou parcialmente: "Depende do nível de estudo do aluno".

Comentário 2. Há algum equívoco aí na interpretação do professor, porque independentemente do nível de ensino a álgebra tem este aspecto.

Questão 6	**Álgebra como cultura**	
Respostas	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
Concordo	15	60
Concordo parcialmente	7	28
Discordo	3	12
Total	25	100

Tabela 6: Questão 6 – Álgebra como cultura

Seguem as explicações dos professores que concordaram: "Quando conhecemos a história, o porquê dos conteúdos e para que serve, é mais fácil trabalhar com os alunos". "Por meio da análise de como o conhecimento foi construído, é possível antecipar erros e solucioná-los".

Comentário 1. A visão da álgebra como cultura é vital para entender o porquê de certos conteúdos; a humanidade passou séculos para produzir e nossos alunos tem que estudar isso de forma resumida e desconexa, isso no mínimo é um contrassenso. Logo, conhecer a história, a cultura e a aplicabilidade de conteúdos algébricos permitem não apenas compreender as dificuldades dos alunos, mas também propor alternativas para remediar tal problemática.

Agora as explicações dos professores que concordaram parcialmente: "[...] não é a solução para despertar o interesse pela álgebra".

Comentário 2. De fato, conhecer a história e a cultura de onde certos conteúdos não é panaceia para os problemas algébricos nem como elemento despertador do interesse do aluno. Conhecer a história é um dos fatores imperiosamente importantes para dar sentido a muitas das operações algébricas.

Seguem as explicações dos professores que discordaram: "[...] não explica sua dificuldade na aprendizagem". "Conhecer a história, no meu ponto de vista, melhora a aula ministrada".

Comentário 3. Talvez houve equívoco na interpretação da afirmativa na questão 6. De fato, o conhecimento da história não explica a dificuldade, mas abre possibilidades de interpretação para o surgimento da dificuldade, bem como indicar caminhos para sanar tal dificuldade com exemplos e elementos contextualizados historicamente.

Resumidamente, conhecer a história enriquece a aula de álgebra, sobretudo, e propicia aprendizado mais arraigado de sentido e com significados pertinentes. Faz o aluno ver que o surgimento de certo conceito levou séculos para ser criado e/ou admitido como o temos hoje. Isso faz com que os alunos visualizem os matemáticos como pessoas normais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa nos forneceu um recorte atualizado do primeiro semestre do ano letivo de 2017 como estava o quadro situacional do ensino de matemática. Pois bem, a amostra foi tomada dentre os professores com formação superior completa, e em especial todos têm licenciatura plena em matemática.

Consoante as concepções de álgebra propostas por Lee, eis as que identificamos nos professores pesquisados, em ordem decrescente de escolhas:

Primeiro, com 92% (noventa e dois por cento) tivemos a "Álgebra como aritmética generalizada", esta concepção corresponde com uma das categorizações de Usiskin (2004): "Álgebra como aritmética generalizada" e, também, se situa na classificação proposta por Fiorentine, Miorim e Miguel (1993): "Álgebra como linguístico-pragmática". A álgebra faz exatamente este papel de resolver problemas que fogem aos limites epistemológicos da aritmética com relação a generalização e abstração. Esta concepção era previsível também graças ao nocivo Movimento Matemática Moderna - MMM dos anos 1960, que ainda traz aversões à álgebra e a toda a matemática com a prática automática e mecanicista sem produção de significados nem sentido nos exercícios e problemas propostos.

Segundo, com 76% (setenta e seis por cento) tivemos: "Álgebra como atividade", esta concepção corresponde a categorização de Usiskin (2004): "Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas" e podemos relacionar a categorização de Fiorentine, Miorim e Miguel (1993): "Álgebra como fundamentalista-analógica". Com o uso desta concepção, o ensino de álgebra tende a evitar rupturas no processo de ensino e utiliza recursos e estratégias da geometria e da aritmética para propiciar melhor aprendizagem. Nesta concepção, temos a utilização de alguns recursos para favorecer melhor aprendizagem, conceitualmente é valido e importante, porém os professores pouco utilizam recursos que ratifiquem sua posição conceitual.

Terceiro, com 64% (sessenta e quatro por cento) tivemos: "Álgebra como caminho de pensamento", esta concepção se situa com a concepção de Usiskin (2004) e a de Fiorentine, Miorim e Miguel (1993) citadas acima. Nesta concepção são trabalhadas as relações matemáticas ou as representações semióticas como sugere Duval (2009) e não os objetos em si. Nesta concepção, a utilização da pluralidade de registros é forte; e importante, pois para aprender álgebra é preciso compreender que os registros têm relação a um determinado objeto matemático.

Quarto, com 60% (sessenta por cento) das respostas, tivemos: "Álgebra como cultura" que também coincidem com as concepções citadas no parágrafo anterior. Vale ressaltar que esta concepção é bastante importante para relacionar aspectos do desenvolvimento histórico da álgebra e as culturas dos povos que contribuíram para seu desenvolvimento atual. Curiosamente os professores não utilizam os recursos didáticos que se aproximam desta concepção, como régua e compasso para construções, o ábaco para fazer cálculos em substituição das calculadoras quando possível. Isto sinaliza um discurso discrepante da prática. As demais concepções ficaram com menos de 30% das escolhas dos professores, por isso, não vamos listá-las aqui.

Fazendo um apanhado, as concepções de álgebra escolhidas pelos professores estão ligadas à generalização da aritmética, à atividade (como o ensino acontece com a utilização de recursos extra álgebra), ao caminho de pensamento (prioriza os diferentes registros para a aprendizagem do objeto referente a eles – importantíssimo) e à cultura ao relacionar a história da matemática e da álgebra sobretudo. São escolhas pertinentes a aprendizagem dos alunos, mas se suas escolhas estivessem concordantes com a maioria das seis concepções categorizadas por Lee, seria mais interessante pois estariam concordando com a visão mundial para o ensino de álgebra que deve focar todos os aspectos propostos pela autora. Há um fator crucial na utilização de tecnologias, os professores pouco utilizam os recursos em suas práticas docentes, isso é um descompasso com o próprio progresso da humanidade.

A articulação natural entre situações concretas e do cotidiano para que os alunos visualizem a aplicação em distintos contextos é fundamental para a construção do raciocínio algébrico. Existem cuidados epistemológicos cruciais ao se trabalhar contextualizações algébricas e a atribuição de significados para as operações, porque requer esforço e forte conhecimento de conteúdo para não estacionar na prática letrista como se fosse produzir significado para a álgebra.

REFERÊNCIAS

1. BOOTH, Lesley R. Dificuldade das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur. F.; SHULTE, Albert. P. (Orgs). *As ideias da álgebra.* Trad. Hygino H. Domingues. 6. Reimp. São Paulo: Atual, 2004.
2. DANYLUK, Ocsana Sônia. *Alfabetização matemática: as primeiras manifestações da escrita infantil.* 5. ed. Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2015.
3. DUVAL, R. *Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais.* São Paulo: Editora da Livraria da Física, 2009.
4. FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â.; MIGUEL, A. *Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar.* Pro-Posições, Campinas - SP, 4 (1), 78-91. 1993.
5. GREER, Brian. *Algebra for all?. The Montana mathematics enthusiast,* ISSN 1551-3440, vol. 5, n.º 2,3,2008, p. 423-428.
6. LEE, Lesley. Early – but which algebra? The future of the teaching and learning of algebra. In: *ICMI study conference,* 12, 2001. Melbourne (Australia).

Proceedings... Melbourne: ICM, 2001. v. 2, p. 392-300.

7. LIEURY, Alain. *Memória e aproveitamento escolar*. São Paulo: Edições Loyola, 2001.
8. LINS, Romulo Campos; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI.* Campinas, SP: Papirus, 1997.
9. MARTINS, Lourival Pereira; DIAS, Marlene Alves. *Os sete aspectos considerados nas tarefas de passagem da Aritmética para a Álgebra*. Revista de Educação em Ciências e Matemática, v.13 (28) Jul-Dez 2017. p. 90-103.
10. MELO, José Eronildo de. *Educação algébrica*: significados e concepções dos professores de matemática de Palmeira dos Índios – AL (2017). (Dissertação de mestrado) Assunção, Paraguai: Universidade de Desarrollo Sustentable, 2017.
11. POLYA, George. *A arte de resolver problemas.* Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
12. PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. *Álgebra no ensino básico.* Ministério da educação, Portugal: DGIDC, 2009.
13. SADOVSKY, Patricia. *O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios***.** Trad.: Antonio de Padua Danesi. São Paulo: Ática, 2007.
14. SAÉNZ-LUDLOW, Adalira. Juegos de interpretación en el aula: construcción evolutiva de significados matemáticos. In: DUVAL, Raymond; SAÉNZ-LUDLOW, Adalira. *Comprensión y aprendizaje en matemáticas*: perspectivas semióticas selecionadas. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2016.
15. SEVERINO, Antonio Joaquim. Metodologia do trabalho científico. 23. Ed. Ver. E atual. São Paulo: Cortez, 2007.
16. SCARLASSARI, Nathalia Tornisiello. *Um estudo de dificuldades ao aprender álgebra em situações diferenciadas de ensino em alunos da 6ª série do ensino fundamental.* Dissertação de mestrado. Campinas, SP: [s.n.], 2007.
17. USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escolar média e utilizações das variáveis**.** In: In: COXFORD, Arthur. F.; SHULTE, Albert. P. (Orgs). *As ideias da álgebra.* 6. Reimp. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 2004.

ANEXO

QUESTIONÁRIO

Prezado (a) professor (a) de Matemática, apreciaríamos que respondesse as questões a seguir. Suas respostas sinceras servirão de subsídios para uma pesquisa sobre educação algébrica. Solicitamos que você responda o questionário, reportando-se à sua prática docente.

Nas afirmações a seguir assinale uma das letras A, B ou C conforme a legenda, em seguida justifique a resposta que você assinalou.
1. A exigência da linguagem formal no estudo de Álgebra é um dos fatores que explica a diminuição do interesse dos alunos por Álgebra.
A) Concordo B) Concordo Parcialmente C) Discordo Explique:
2. O estudo de Álgebra presume a detecção de padrões e pensamento de generalização, vendo o geral no particular.
A) Concordo B) Concordo Parcialmente C) Discordo Explique:
3. A resolução de problemas abrange aspectos de modelagem e de manipulação de símbolos da atividade algébrica.
A) Concordo B) Concordo Parcialmente C) Discordo Explique:
4. Um professor apresentou o seguinte problema aos seus alunos: "Prove que a soma de dois números ímpares é um número par." **(Um número do tipo: 2n é par e 2n+1 é ímpar!)** **Dois alunos apresentaram as seguintes soluções:**

Aluno 1	**Aluno 2**
3 + 5 = 8 9 + 3 = 12 13 + 15 = 28 99 + 123 = 222 Assim, somando dois números ímpares sempre teremos um número par.	Com n e n' naturais: Sejam (2n + 1) e (2n' + 1) números ímpares: (2n + 1) + (2n' + 1) = = 2n + 1 + 2n' + 1 = = 2n + 2n' + 2 =

	= 2 (n + n' + 1) = 2n". Com (n + n' + 1 = n") natural. Então 2n" é um número par.
Quem errou? Quem acertou? Explique por que errou e por que acertou?	
5. Os alunos podem desfrutar novamente das operações aritméticas tais como adição e subtração no campo algébrico para fazer generalizações sobre a natureza e implicação delas sobre números quaisquer ou um conjunto de números em particular.	
A) Concordo B) Concordo Parcialmente C) Discordo Explique:	
6. Conhecer a história do desenvolvimento dos conteúdos algébricos permite compreender melhor as dificuldades dos alunos ao estudar Álgebra.	
A) Concordo B) Concordo Parcialmente C) Discordo Explique:	