Diversitas Journal
ISSN 2525-5215
Volume 8, Número 2 (apr./jun. 2023) p. 1173 – 1192
https://diversitasjournal.com.br/diversitas_journal

The perceptions of future teachers about mathematical modeling and the links with D'Ambrosio's conception and mathematical knowledge for teaching

As percepções de futuros professores sobre a Modelagem Matemática e os enlaces com a concepção de D´Ambrosio e o conhecimento matemático para o ensino

LOZADA, Claudia de Oliveira(1); MOTA, Felipe Miranda(2) ; VIANA, Sidney Leandro da Silva(3)

(1) 0000-0003-1425-9956; Universidade Federal de Alagoas. Maceió, Alagoas (AL), Brasil. E-mail: clalloz@yahoo.com.br
(2) 0000-0002-2394-099X; Universidade Federal de Alagoas. Maceió, Alagoas (AL), Brasil. E-mail: felipemiranda.mat@gmail.com
(3) 0000-0002-5309-486X ; Universidade Federal de Alagoas. Maceió, Alagoas (AL), Brasil. E-mail: sidney.viana@cedu.ufal.br

A B S T R A C T

In this work, we present partial results of a qualitative research that aims to investigate mathematical knowledge for the teaching and practice of mathematical modeling in Basic Education. For that, a data collection was carried out with a group of students of the Degree in Mathematics of the Federal University of Alagoas. The results showed that the researched group showed signs that subdomains of mathematical knowledge for teaching are emerging in initial training, but the perceptions about D'Ambrosio's conception of Modeling and the sociocritical perspective are still fluid, little structured, due to the little contact with the theoretical foundation and practice of Mathematical Modeling in the context of Mathematics Education, making it necessary that in the Mathematics Degree course, mathematical modeling becomes a frequent practice in a specific discipline or inserted in the different disciplines of the Mathematics area so future teachers will be prepared to apply it in their classes.

R E S U M O

Neste trabalho apresentamos resultados parciais de uma pesquisa qualitativa que tem como objetivo investigar o conhecimento matemático para o ensino e a prática da modelagem matemática na Educação Básica. Para tanto, foi realizada uma coleta de dados com um grupo de alunos da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas. Os resultados demonstraram que o grupo pesquisado manifestou indícios de que subdomínios do conhecimento matemático para o ensino estão emergindo na formação inicial, mas as percepções sobre a concepção de D´Ambrosio acerca da Modelagem e a perspectiva sociocrítica ainda são fluídas, pouco estruturadas, decorrente do pouco contato com o aporte teórico e a prática da Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática, sendo necessário que no curso de Licenciatura em Matemática, a modelagem seja uma prática frequente em uma disciplina específica ou inserida nas diferentes disciplinas para que os futuros professores estejam instrumentalizados para aplicá-la em suas aulas.

INFORMAÇÕES DO ARTIGO

***Histórico do Artigo**:*
Submetido: 18/12/2022
Aprovado: 23/02/2023
Publicação: 10/04/2023

Keywords*:*
Mathematical Modeling; Teacher training; Teaching Knowledge.

Palavras-Chave:
Modelagem Matemática; Formação de Professores; Conhecimentos Docentes.

DOI: 10.48017/dj.v8i22552

Introdução

A reforma no Ensino Médio que desencadeou a elaboração e publicação da Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) trouxe vários questionamentos acerca da Matemática que está sendo ensinada na Educação Básica. Estudos demonstraram que o Ensino Médio brasileiro tem um alto índice de evasão, sendo que 11,8% dos jovens de 15 a 17 anos estavam fora da escola em 2018, segundo dados divulgados pela Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (Carneiro, 2019).

Além do mais, as disciplinas são lecionadas de um modo desconectado da realidade dos alunos e não apresentam nenhuma relação com o mercado de trabalho e nem estimulam o protagonismo do aluno. Embora as vagas no Ensino Médio tenham sido ampliadas, a questão da qualidade e a permanência ainda constituem um problema (Pakenas & Jesus Filho, 2017), bem como a identidade do Ensino Médio, que nem prepararia para a continuidade dos estudos no Ensino Superior e nem viabilizaria vislumbrar o desenvolvimento profissional.

Essa desconexão dos conteúdos com o cotidiano dos alunos é bastante evidente em Matemática, um componente curricular que é considerado abstrato e difícil pelos alunos (Silveira, 2011). O que se observa diariamente é que existem duas matemáticas distintas: a chamada "matemática escolar", restrita à escola e a matemática extraescolar, aquela que circula nos diferentes contextos. A primeira tem um caráter instrumental, procedimental, cheia de regras, vinculada à uma precisão, às provas e demonstrações, a uma "certeza" e que se perfaz em exercícios, que treinam, domesticam, preenchem folhas intermináveis e se encerra ali quando a aula acaba, sem conexão com o mundo, numa perspectiva formatada da realidade com a qual não possui nenhuma relação. Da primeira originam-se jargões, crenças e pré-conceitos de que seja apenas acessível a quem é "inteligente", provocando percepções negativas e visões distorcidas.

A segunda é viva, dinâmica, tem significado, é incerta, não é neutra, não é precisa, é crítica, leva à reflexão, se conecta com o mundo onde é possível enxergá-la em diversas áreas. Da segunda, originam-se sentidos para os conceitos, questionamentos, indagações que promovem a construção de outros conhecimentos e relações sem visão utilitarista de si mesma e nem contemplativa. Assim, é preciso desfazer o estigma de que a Matemática que se aprende na escola só serve quando se está na escola, na aula e que se resume a um conjunto de procedimentos mecânicos:

> Parece urgente uma discussão em torno de quais conteúdos são necessários para a nossa época, e em que circunstâncias eles podem ser aprendidos, levando-se em conta o conhecimento cotidiano do aluno como ponto inicial do processo. Cabe, ainda, analisar como podemos pensar em preparar os alunos para o imprevisível, característica própria da contemporaneidade. Torna-se importante que os conteúdos trabalhados na escola possibilitem aos alunos uma visão clara da sua realidade, de forma que possam atuar com competência e criticamente em seu ambiente (Zanchet, 2001, p. 132).

Além do mais, Zanchet (2001, p. 130) alerta que o ensino de Matemática está desatualizado e "necessitamos de uma Matemática que tenha sentido para os dias de hoje, pois é muito difícil motivar os jovens repetindo uma lógica derivada de fatos e situações de outros tempos, que respondia às necessidades surgidas naqueles contextos". Mumcu (2018) por sua vez, coloca que tratar a matemática da vida real e a matemática escolar como tipos separados de Matemática provoca dificuldade em relacioná-las, o que leva os alunos a terem um conhecimento limitado sobre o uso da Matemática na vida real.

Nesse sentido, não recomendamos a utilização da nomenclatura "matemática escolar", utilizada por muitos autores e que dá um sentido de encapsulamento da Matemática numa gaiola epistemológica como coloca D´Ambrosio (2016, p. 227):

> Na gaiola, o avanço do conhecimento é normalmente comprometido com formalismo e com métodos rigorosos e se dá num estilo a que o matemático (...) segue trotando caminhos já trilhados, seguros. Típico desse avanço seguro, comprometido com formalismo e métodos rigorosos, é o chamado estilo euclidiano, o encadeamento "rigoroso" de noções primitivas, definições, axiomas, teoremas.

Assim, a Matemática ocupa o mundo, o cotidiano, o dia a dia, se relaciona com as outras áreas do conhecimento e transcende porque não se enxerga como disciplinar, mas transdisciplinar, pois a "fertilização de ideias pressupõe o encontro com especialistas de diversas áreas e só pode se dar saindo das gaiolas" (D´Ambrosio, 2016, p. 230). Dessa forma, não se restringe a um contexto e nem se define em virtude de um contexto determinado, é simplesmente Matemática em todos os contextos, com significado, sem rótulos, não sendo neutra, mas tendo um poder formatador (Skovsmose, 2001).

Nesse sentido, é preciso ensinar Matemática de uma forma que seja percebida em todos os contextos, não apenas no ambiente escolar e, para tanto, metodologias de ensino que rompam com a dinâmica das aulas tradicionais como a modelagem matemática podem promover a ligação dos conhecimentos matemáticos com as situações do cotidiano, com a realidade e os diversos problemas com os quais os alunos se deparam no dia a dia, desenvolvendo a reflexão, a criticidade e a tomada de decisão.

No entanto, é preciso preparar os professores e os futuros professores para utilizar a modelagem matemática nas aulas, considerando suas diferentes perspectivas e ciclos que são citados na literatura, e este trabalho traz a visão de Ubiratan D´Ambrosio um dos precursores da modelagem matemática (MM) no Brasil, e entrelaçamos sua visão com os olhares de um grupo de futuros professores de Matemática, esboçando os seus conhecimentos que emergem ainda na formação inicial.

Deste modo, o objetivo deste trabalho é investigar o conhecimento matemático para o ensino e a prática da modelagem matemática na Educação Básica a partir de uma pesquisa qualitativa realizada com licenciandos em Matemática da Universidade Federal de Alagoas que será descrita após a apresentação do referencial teórico. Passemos ao referencial teórico que traz a visão de Ubiratan D´Ambrosio sobre a modelagem matemática.

A visão de D´Ambrosio sobre a modelagem matemática

Ubiratan D´Ambrosio faleceu em 2021 deixando um legado para a Educação Matemática, tendo concebido a Etnomatemática, realizado estudos em História da Matemática e foi um dos precursores da modelagem matemática no Brasil com Aristides C. Barreto e Rodney Carlos Bassanezi.

A modelagem matemática está inserida na problematização, assim como a resolução de problemas e a aprendizagem baseada em problemas e a história de Ubiratan com a problematização se iniciou primeiramente com a resolução de problemas.

Ainda na graduação em Matemática na década de 50, D´Ambrosio teve contato com um livro de Polya sobre funções de variáveis complexas que abordava resolução de problemas, conforme colocam Borges, Duarte e Campos (2018). Posteriormente, D´Ambrosio se mudou para os Estados Unidos onde lecionou no Ensino Superior e lá teve maior contato com a resolução de problemas e consequentemente com a modelagem matemática, considerando como elemento principal do processo de modelagem, a realidade.

D´Ambrosio retornou ao Brasil na década de 70 para lecionar na Unicamp, tendo anteriormente participado de projetos da ONU no continente africano, onde pode ter um olhar para a realidade dos povos e as questões sociais, culturais e históricas e as formas com que os indivíduos lidam com a Matemática, concebendo o Programa Etnomatemática.

Na Unicamp, lecionando na graduação, Ubiratan implantou a modelagem matemática em suas aulas e promoveu na década de 80 diversos cursos de formação de professores e de especialização sobre modelagem matemática, tendo a importante participação de Marineusa Gazzetta e Rodney Carlos Bassanezi, que contribuíram para fomentar projetos de ensino de Matemática no IMECC – UNICAMP, notadamente em um instituto voltado para a Matemática Pura e Aplicada.

Tendo a realidade como elemento essencial na modelagem matemática, D´Ambrosio (1986) pontua que o sujeito deve se debruçar sobre o caráter crítico da realidade no sentido de intervir e modificá-la, ou seja, é a percepção do mundo, um processo de ação-reflexão, pois “para se chegar ao modelo é necessário que o indivíduo faça uma análise global da realidade na qual tem sua ação, onde define estratégias para criar o mesmo, sendo esse processo caracterizado de modelagem” (D´Ambrosio, 1986, p. 65).

Nesse sentido, Sabba (2010, p. 57) esclarece que D´Ambrosio concebeu o “ciclo vital” em que situa a relação do indivíduo e da sua ação na realidade:

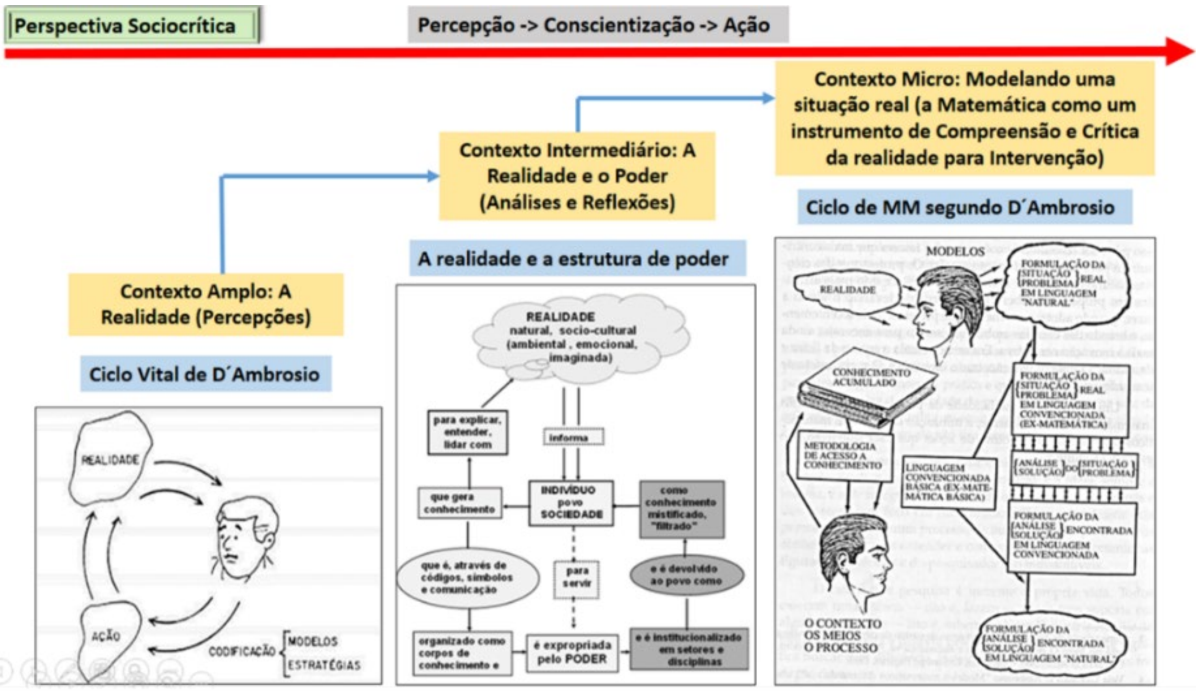
> (...) compactuo com D´Ambrosio (2001), ao dizer que o ciclo vital realidade-indivíduo – ação - realidade permite a completa interação de todo ser humano com o meio a sua volta, com a realidade considerada na sua totalidade como uma coalizão de fatos e acontecimentos científicos e orgânicos.

Esse ciclo vital foi representado pictoricamente por D´Ambrosio (1986, p. 38) como mostrado na primeira parte da figura 1 estando presente também na tese de Doutorado de Sabba (2010).

D´Ambrosio (1986) compreende a realidade como aquilo que está relacionado com fatos e fenômenos percebidos através dos sentidos e da mente. A realidade para ele é composta por artefatos (material) e mentefatos (abstrações, o que se imagina, o que está na mente) permeados por aspectos socioculturais, políticos e econômicos e uma estrutura de poder que pode utilizar a Matemática para formatar a realidade de acordo com interesses de certos grupos (Skovsmose, 2001).

Assim, D´Ambrosio (1986) concebe um esquema sobre a realidade e a estrutura de poder, que explicita as relações e interações do sujeito na sociedade e se coordena com o ciclo de MM que propõe e é originado pelo ciclo vital, sendo que na figura 1 abaixo mostramos as conexões pela qual denominamos de contextos:

Figura 1: *As conexões entre as concepções de D´Ambrosio para desencadear o processo de MM*



Nota: Elaborado pelos autores a partir das concepções de D´Ambrosio presentes na tese de Doutorado de Sabba (2010, p. 57) e D´Ambrosio (1986, p. 96).

O Contexto Amplo abrange as percepções acerca da realidade e é composto pelo ciclo vital, uma etapa primordial em que o sujeito se depara com a realidade e tem as primeiras impressões e ideias de como agiria diante das situações. No Contexto Intermediário, o sujeito passa por uma fase analítico-reflexiva em que compreende como as estruturas de poder podem manipular a realidade por meio da Matemática e desfaz a ideia da neutralidade matemática, desmantelando a ideologia da certeza, “que está escondida, está implicitamente conectada a poderosas ferramentas matemáticas” (Skovsmose, 2001, p. 130).

No Contexto Micro, o sujeito avança para uma etapa em que o pensamento analítico-crítico leva à compreensão sistêmica da realidade traduzida pela modelagem matemática de situações do cotidiano nas quais as variáveis exercem um papel essencial, pois interferem na realidade substancialmente e o modelo matemático auxiliará na tomada de decisão para intervir ou não na realidade:

> Por meio de modelos matemáticos, também nos tornamos capazes de projetar uma parte do que se torna realidade. Tomamos decisões baseados em modelos matemáticos e, dessa forma, a matemática molda a realidade; portanto, não podemos restringir a discussão de modelos matemáticos a aproximações. Questões mais fundamentais devem ser levantadas. Se a matemática, em um certo contexto de modelagem, exerce um poder formatador, então, devemos perguntar: o que é feito por meio dessa modelagem?, que ações sociais e tecnológicas são realizadas?, quais são as implicações sociais, políticas e ambientais dessas ações? (Skovsmose, 2001, p. 135)

Assim, temos essas concepções de D´Ambrosio reunidas nestes 3 contextos e que desencadeiam a sua concepção de processo de modelagem matemática ancorada pela perspectiva sociocrítica que implica em percepção, conscientização e ação tendo como ponto de partida a análise da realidade, pois “quando levamos em conta o poder formatador da Matemática, a noção de verdade já não é a categoria fundamental” (Skovsmose, 2001, p. 147-148), uma vez que a Matemática nem é sempre “confiável” (op. cit, 2001).

Dessa maneira, o indivíduo interage com a realidade que está permeada por fatos e artefatos, extraindo as informações, selecionando variáveis que interferem significativamente na realidade e gerando representações através de modelos matemáticos. Refletindo sobre os modelos matemáticos gerados, o indivíduo pode (ou não) tomar uma decisão, intervindo na realidade com a finalidade de modificá-la (ou não).

Podemos notar que o processo de modelagem matemática proposto por D´Ambrosio é um processo analítico-crítico-reflexivo que envolve a resolução de um problema da realidade, mesclando a linguagem natural com a linguagem matemática, numa perspectiva sociocrítica que analisa a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade.

Assim, a modelagem evidencia que Matemática está na realidade e auxilia os indivíduos a lidar com essa realidade, não se resumindo a quantificá-la, mensurá-la ou matematizá-la, mas refletir sobre ela e seus aspectos sociais, culturais, econômicos, políticos e históricos e ter a possibilidade de mudá-la. Nesse sentido, D´Ambrosio (2014, p. 98) pontua que:

> Praticamente tudo o que se nota na realidade dá oportunidade de ser tratado **criticamente** com um instrumental matemático. Como um exemplo temos os jornais, que todos os dias trazem muitos assuntos que podem ser explorados matematicamente. (grifo nosso)

Dessa forma, na prática da modelagem matemática em sala de aula, numa perspectiva dambrosiana, desenvolve-se o movimento da percepção – conscientização – ação por parte dos alunos na medida em que resolvem o problema proposto, validam o modelo matemático e refletem sobre as implicações dessa solução encontrada para transformar a realidade, ou seja, a resolução não se resume em manipular algoritmos matemáticos, mas pensar no que eles significam no contexto analisado.

Aliás, o modelo matemático é "(...) um conjunto de símbolos e relações matemáticas que traduzem de alguma forma o objeto estudado", conforme explica Bassanezi (2002, p. 20), e traduzindo um objeto de estudo, é preciso interpretá-lo além de sua representação matemática, mas de todos os elementos que o cercam, porque são aquelas variáveis que integram esse modelo, qual a pertinência delas em relação às outras que poderiam ter sido selecionadas, que relações possuem entre si, o que implicam na realidade que muda constantemente, e daí, pensamos em revalidação do modelo, entre tantos outros questionamentos que devem ser propostos quando se obtém um modelo matemático.

Mas, implantar a modelagem matemática na Educação Básica não é algo tão simples, uma vez que requer do professor compreensão acerca do processo, planejamento e mobilização de conhecimentos matemáticos para o ensino (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Na implementação da modelagem matemática há conhecimentos matemáticos para o ensino essenciais que deverão ser mobilizados pelo professor e são estes: o conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo, que dizem respeito ao conhecimento matemático específico e seus tipos de tarefas e o conhecimento do conteúdo e dos alunos e o conhecimento do conteúdo e do ensino que dizem respeito a compreender o raciocínio dos alunos e as metodologias e recursos empregados para ensinar.

A partir dos pressupostos teóricos expostos e denominando a modelagem matemática como metodologia ou estratégia de ensino, que segundo Klüber (2009) dá ênfase mais no processo de ensino e de aprendizagem do que no modelo matemático, é que apresentamos os resultados de uma pesquisa qualitativa realizada com futuros professores sobre a modelagem matemática, suas percepções e os conhecimentos que emergem ainda na formação inicial, como veremos a seguir.

Metodologia de Pesquisa, Descrição e Análise de Dados

Este trabalho traz um recorte de uma pesquisa que está sendo realizada pela coordenação e mestrandos que integram o Grupo de Pesquisa em Matemática, Educação e Tecnologia (Matedtec) no âmbito do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas. A pesquisa tem como objetivo investigar o conhecimento matemático para o ensino e a prática da modelagem matemática na Educação Básica.

Neste recorte apresentamos as relações existentes entre a visão de D´Ambrosio (1986) sobre a modelagem matemática e as percepções de um grupo de futuros professores de Matemática e os conhecimentos matemáticos que estão emergindo na formação inicial. Para tanto, realizamos uma pesquisa qualitativa (Ludke; André, 1986) para levantar as percepções de futuros professores sobre a modelagem matemática. A pesquisa tem como enfoque um corte transversal (Freire & Pattussi, 2018) que permite verificar a prevalência ou não de determinadas características num grupo definido, adotando-se uma perspectiva descritiva e analítica dos resultados.

Os dados foram coletados durante o mês de setembro de 2021 com um grupo de alunos do 3º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas matriculados na disciplina de Projetos Integradores 3. A modelagem matemática não consta como disciplina deste curso de Licenciatura. O grupo era formado por 7 alunos na faixa etária dos 18 aos 30 anos e a disciplina estava sendo ministrada na modalidade remota em virtude da suspensão das aulas presenciais decorrente da pandemia do Covid 19.

Os alunos responderam um questionário com 20 perguntas, sendo 8 perguntas abertas e 12 perguntas fechadas com a finalidade de coletar as percepções dos futuros professores acerca da modelagem (como a definem, se conhecem o processo de modelagem e sua aplicação).

O questionário foi aplicado por meio do formulário *Google Forms* de forma síncrona em uma aula remota pelo *Google Meet*. Destacamos 11 perguntas do questionário e as respostas dadas pelos licenciandos com a respectiva análise. Para tanto, categorizamos as respostas (Bardin, 1977) com a finalidade de relacioná-las com a visão de D´Ambrosio, como veremos a seguir. Os alunos foram identificados por A1, A2, A3, A4, A5, A6 e A7.

As questões 1 e 2 - Contato com a modelagem: A primeira pergunta trazia a seguinte indagação: "Você já ouviu falar em modelagem matemática?" Seis alunos, responderam que sim, o que corresponde à 85,7% e apenas um aluno respondeu que não, o que corresponde à 14,3%. Esses dados demonstram que a maioria do grupo pesquisado ouviu falar sobre MM, o que sinaliza que as iniciativas para torná-la um campo de investigação no Brasil nas duas últimas décadas foram positivas, na medida que também procuraram disseminar a sua prática tanto na Educação Básica quanto no Ensino Superior.

Na 2ª questão, perguntamos se eles já haviam desenvolvido alguma atividade de modelagem matemática em alguma disciplina no Curso de Licenciatura em Matemática da UFAL ou quando eram estudantes da Educação Básica: 57,1% respondeu que sim (4 alunos) e 42,9% (3 alunos) respondeu que não, dados que mostram um empate quantitativo e revelam que a inserção da MM nos cursos de Licenciatura e mesmo na Educação Básica é um desafio, ainda não se consolidou como disciplina na graduação e nem como prática nas aulas de Matemática, como colocam Albertim, Almeida e Santiago (2020).

Relações com a visão de D´Ambrosio apresentada na figura 1 e o conhecimento matemático para o ensino: As respostas demonstram que há indícios de que subdomínios do conhecimento matemático para o ensino como o conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo, e conhecimento do conteúdo e dos alunos e conhecimento do conteúdo e do ensino podem emergir caso o grupo tenha mais contato com a modelagem matemática. Pela natureza das duas perguntas, não foi possível verificar as percepções em relação à concepção dambrosiana exposta na figura 1.

As questões 3, 16 e 17 – Definição e Perspectiva de MM: Na terceira questão, foi solicitado que definissem modelagem matemática. Quatro alunos procuraram elaborar uma definição tendo como foco o elemento situação do cotidiano, dois alunos procuraram relacionar com algum aspecto, sem escrever uma definição e um afirmou não ter contato com esse conceito. O Aluno A2 copiou a definição da Wikipedia, já o Aluno A4 procurou reunir em sua definição elementos que aparecem na modelagem como linguagem matemática, cotidiano e tomada de decisões, se aproximando de uma definição mais voltada para a matemática aplicada; o A3 relacionou a sua definição de MM com uma situação do cotidiano exemplificando-a a partir de um conteúdo matemático; A6 também correlacionou com resolução de problemas matemáticos a partir de situações do cotidiano por meio de um raciocínio não convencional e o A7 mencionou que a MM traz a realidade para sala de aula e enfatizou que está relacionada com o cotidiano.

Os elementos cotidiano e realidade remetem à ideia central da modelagem matemática que está presente na definição de D´Ambrosio (1986) e Barbosa (2001) e que auxiliam os conceitos matemáticos a fazerem sentido para o aluno, porque demonstram as suas aplicações. Na questão 16, indagamos se eles consideram importante a MM a partir de situações da realidade e 100% dos alunos afirmou que sim, pois a partir da realidade os conhecimentos matemáticos podem ter mais significados para eles. No entanto, é preciso lembrar que a abordagem de situações reais requer que o professor faça questionamentos que transcendam a obtenção de uma resposta numérica, questionamentos que levem os alunos a refletirem sobre o papel da Matemática na sociedade e a tomada de decisão para transformar a realidade, o que se coaduna com as concepções de D´Ambrósio (1986) e Skovsmose (2001).

Na questão 17, perguntamos: “Você concorda que a adoção de uma perspectiva sociocrítica para abordar a modelagem matemática na sala de aula proporciona um debate sobre questões da realidade dos alunos?” Cem por cento dos alunos afirmaram que sim evidenciando que a modelagem é um processo que deve ter ênfase em problemas reais porque contribui para analisar, refletir, criticar e intervir na realidade, instrumentalizando os alunos para tomada de decisões e posicionamentos (D´Ambrosio, 1986; Skovsmose; 2001).

Relações com a visão de D´Ambrosio apresentada na figura 1 e o conhecimento matemático para o ensino: Nas definições apresentadas pelos alunos, podemos notar que reconhecem a importância da realidade nas atividades de MM e da adoção da perspectiva sociocrítica, e que nas definições apresentadas há uma aproximação com as ideias de D´Ambrosio nos aspectos realidade e cotidiano, mas as respostas das definições não evidenciaram o caráter da criticidade da realidade, sendo que apenas um dos alunos fez referência à tomada de decisão, que envolve reflexão e criticidade.

As respostas trazem também elementos ligados à Matemática como linguagem matemática, procedimentos, conceitos matemáticos e raciocínio, o que remete à ligação que muitos costumavam fazer e ainda fazem da MM com a matemática aplicada e a aprendizagem de conceitos matemáticos. Ou seja, o grupo pesquisado tem uma percepção muito fluída e fragmentada da MM, observando muitos aspectos, mas ainda sem estabelecer uma relação coesa entre esses aspectos, e por isso nessas respostas ficou evidenciado indícios de conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do ensino mais ligado aos conceitos matemáticos.

Se considerarmos os contextos da figura 1, o grupo pesquisado ainda está em fase inicial desse aproximar do contexto amplo para explorar a realidade e bastante distante do contexto intermediário e do contexto micro que requerem um pensamento mais analítico, ou seja, possuem percepções bem iniciais que necessitam de aprofundamento teórico e prático para terem uma percepção crítica e reflexiva da MM.

As questões 4 e 15 - Objetivo e finalidade da MM: Na 4ª questão, perguntamos se a modelagem matemática tem como objetivo chegar a uma fórmula matemática e os resultados foram estes: a maioria dos alunos (85,7%) assinalou que o objetivo da MM é resolver um problema e o modelo matemático é decorrência desse processo de resolução e não implica em fórmula, demonstrando uma percepção de que a MM não é um processo de gerar fórmulas para resolver problemas, mas utilizar a Matemática para resolver problemas do cotidiano e a resolução desencadeia o modelo matemático que é composto por variáveis que estão presentes na situação estudada.

Na questão 15, foi solicitado que assinalassem a alternativa que acreditavam ser a finalidade que a prática da modelagem matemática possui. A maioria dos alunos (57,1%) assinalou que a MM serve para o desenvolvimento de novos conceitos matemáticos, 28,6% assinalou que se destina a reforçar conceitos matemáticos e 14,3% assinalou que é voltada para a introdução de conceitos matemáticos e ninguém assinalou que serve para a revisão de conceitos matemáticos. A MM pode ser aplicada com uma ou mais finalidades, seja reforçar ou revisar conceitos, introduzir ou desenvolver novos conceitos sob o ponto de vista do conhecimento matemático em si, mas deve ser norteada por uma perspectiva (Kaiser & Sriraman, 2006; Lozada, 2013) que lhe confere um delineamento, um caráter geral com contornos e propósitos específicos que vão além do conhecimento matemático em si, mas consideram outros aspectos importantes a se desenvolver como a criticidade, pensamento analítico e tomada de decisão a partir do que se observa na realidade considerando o papel da Matemática no contexto e seus impactos, como é o caso da perspectiva sociocrítica.

Relações com a visão de D´Ambrosio apresentada na figura 1 e o conhecimento matemático para o ensino: Ficou evidente pelas respostas que o grupo pesquisado reconhece que MM não gera "fórmulas", que geralmente estão associadas à formatação de respostas e geração de problemas-tipo como se servissem para todas as situações, desconsiderando particularidades. Observando as respostas das duas questões analisadas percebemos que há uma ênfase no conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo que estão mais ligados aos conteúdos matemáticos e conhecimento do conteúdo e dos alunos e conhecimento do conteúdo e do ensino, no que diz respeito ao que será ensinado para o aluno. Não há sinalização de ligação das finalidades da prática da MM com a perspectiva, o que mostra ainda uma percepção dissociada, fragmentada da MM, decorrente do pouco contato com a MM que o grupo pesquisado manifestou ter, assim como apresentam uma visão dissociada dos contextos da figura 1 na pergunta 15.

As questões 5, 18, 19 e 20 – Prática da MM: Na questão 5, indagamos: "Se você com o conhecimento de hoje fosse aplicar a modelagem matemática numa turma da Educação Básica, que procedimento você escolheria?" As respostas foram estas: 71,4% (5 alunos) respondeu que deixaria os alunos levantarem o problema a ser solucionado por meio da MM e 28,6% (2 alunos) respondeu que proporia o problema para os alunos resolverem. Geralmente quando o professor propõe o problema em atividades de MM, ele se sente mais seguro e com o controle da atividade na medida em que conhece a forma de resolução ou as possíveis resoluções para o problema proposto, evitando questionamentos com os quais não está preparado para responder (Lozada, 2009).

Ao passo que ao permitir que os alunos proponham o problema, o professor pode se deparar com questionamentos e resoluções com os quais não está acostumado, tendo que sair de sua zona de conforto que se resume em aulas e respostas já formatadas para situações previstas, ou seja, "onde quase tudo é conhecido, previsível e controlável", como lembram Borba e Penteado (2002, p. 247). Assim, só iremos identificar se a resposta apontada pela maioria ("deixar os alunos levantarem o problema") de fato foi uma suposição ou convicção de que consideram ser o procedimento mais adequado, quando realizarmos a segunda parte da pesquisa com a prática de MM.

Na questão 18, perguntamos: "Você considera que os conhecimentos sobre Matemática - ter conhecimentos sólidos sobre teoria matemática - influenciam diretamente no êxito da resolução de atividades de modelagem matemática?" As respostas foram estas: 42,9% afirmou que sim, que é necessário conhecer os fundamentos matemáticos para resolver o problema e desenvolver o modelo matemático; 42,9% afirmou que não necessariamente, pois muitas vezes partindo do pouco que o sujeito possui acerca daquele conhecimento matemático, ele pode pesquisar e resolver o problema proposto encontrando o modelo matemático e 14,2% assinalou que depende do problema que foi proposto, se for muito difícil o sujeito terá dificuldades em resolver e elaborar o modelo matemático, se for fácil ele não enfrentará dificuldades.

As respostas em que houve um empate no percentual demonstram que parte dos licenciandos defende a importância de se ter conhecimentos consolidados sobre Matemática o que instrumentaliza o sujeito para a resolução e outra parte defende a importância de se buscar conhecimento para resolução de problemas, o que evidencia que resolver algo não depende estritamente do que se conhece, mas do se pode buscar, enfatizando a autonomia de pensamento e ação.

Na questão 19, indagamos se eles se sentiam seguros em praticar atividades de modelagem matemática em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental ou Médio. As respostas foram estas: 57,1% (4 alunos) assinalou que sim, conhece integralmente/razoavelmente a MM para aplicá-la, e 42,9 % (3 alunos) assinalou que não, pois não conhece a modelagem e/ou conhece pouco sobre a prática e não tem segurança ainda para aplicar esse tipo de atividade em sala de aula. Essas respostas reafirmam a necessidade da inserção da modelagem matemática no curso de Licenciatura em Matemática para que os alunos se familiarizem com sua prática e futuramente como docentes apliquem na sala de aula, sentindo-se mais seguros tanto em propor ou solicitar que os alunos levantem o problema, quanto no acompanhamento do desenvolvimento dos modelos matemáticos que pode abranger conhecimentos matemáticos que ainda não estão sendo desenvolvidos naquele ano escolar. Daí, caberá ao professor introduzir esses conceitos matemáticos e auxiliar os alunos na elaboração dos modelos matemáticos, compreendendo que para determinado problema com certas variáveis, nem sempre é possível utilizar conteúdos conhecidos, necessitando de novos conhecimentos.

Na questão 20, perguntamos: "Considerando a ideia/conhecimento que você tem sobre modelagem, em sua opinião a prática de modelagem em sala de aula é um processo fácil?" Cem por cento dos alunos respondeu que a modelagem não é um processo fácil, é algo mais elaborado, que exige planejamento e segue etapas, portanto, o grupo de alunos entendeu que não se trata de uma simples resolução de problemas, mas um processo que possui especificidades e requer conhecimento para a sua aplicação em sala de aula.

Relações com a visão de D´Ambrosio apresentada na figura 1 e o conhecimento matemático para o ensino: As respostas das questões 5 e 19 dizem respeito à prática, como praticar a MM e a afinidade com a prática. Notamos que o grupo pesquisado se mostrou mais receptivo à ideia da prática da MM, embora não tenham tido um contato efetivo com a prática no âmbito da Educação Matemática. A maioria assinalou que deixaria o aluno levantar o problema sem ter ideia de como gerenciar essa situação que pode trazer uma modelagem que exija conhecimentos matemáticos não abordados com modelos matemáticos mais complexos. A maioria dos licenciandos (4 alunos num total de 7, portanto, uma maioria pequena quantitativamente) apontou que se sentiam seguros em praticar a MM na Educação Básica e essa percepção pode ser desfeita quando praticarem a MM e se depararem com problemas complexos levantados por alunos, como dissemos. A receptividade gerou uma certa confiança por parte da maioria, assim como foi possível identificar que parte do grupo reconhece que é necessário conhecer fundamentos matemáticos para obter êxito nas atividades de modelagem – apontado nas respostas da questão 18 -, o que no âmbito docente estaria ligado ao conhecimento comum do conteúdo e conhecimento especializado do conteúdo. Sobre os contextos apontados na figura 1, pela natureza das perguntas não foi possível verificá-los, mas identificamos indícios com as respostas das questões 3,16,17.

Sobre o questionário, as demais questões abrangiam situações-problema que envolviam modelagem matemática e o conteúdo de função de 1º grau, os quais eles deveriam resolver, seguindo-se com indagações sobre aspectos da resolução. Sobre a modelagem com situações-problema, Lozada e Lozada (2022) esclarecem que é um tipo de modelagem com situações didatizadas, com modelos matemáticos de estrutura simples que são gerados a partir do encadeamento das variáveis propostas pelo enunciado ou que já apresentam o modelo matemático no enunciado e o aluno faz as substituições no modelo para se chegar à resposta. As autoras esclarecem, citando o trabalho de Lozada, Ribeiro e D ´Ambrosio (2015), que há uma classificação para tipos de questões que envolvem a modelagem matemática, considerando-se alguns critérios que observaram em uma pesquisa realizada na qual identificaram que existia:

> Questões com aplicação no modelo matemático contido no enunciado e/ou alternativas da questão (tipo 1), questões que exigiam a utilização de modelos matemáticos previamente conhecidos (tipo 2), questões que exigiam a elaboração de um modelo matemático (tipo 3) e questões que poderiam ser resolvidas intuitivamente utilizando Aritmética e/ou elaborando um modelo matemático (tipo 4) (Lozada & Lozada, p.476, 2022).

Assim, destacamos duas questões do questionário, sendo uma delas na qual o aluno deveria elaborar o modelo matemático e, a outra, o aluno deveria realizar a aplicação dos dados no modelo existente. As questões foram coletadas de um livro didático do Ensino Médio. A escolha por questões do livro didático justifica-se pelo fato de nem todos os alunos terem familiaridade com a modelagem matemática e as questões envolvendo situações-problema podem ser mais familiares e contribuir para um contato inicial sem muitas resistências ou animosidade por parte dos alunos para solucioná-las.

A questão 7 envolvia o conteúdo de função do 1º grau e apresenta o seguinte enunciado: "Vinícius trabalha como DJ e cobra um valor fixo de R$ 250,00, além de um valor adicional de R$ 110,00 por hora, para animar uma festa. O modelo matemático que define o valor a ser recebido por Vinícius animando a festa é: $y = 250 + 110x$ ou $y = 110x + 250$? Quais são as variáveis que integram esse modelo matemático, qual a relação que elas possuem e como é possível fazer generalizações para se chegar a esse modelo matemático?"

Somente 2 alunos tentaram explicar sobre as generalizações (A2 e A5) e 4 alunos não conseguiram explicar as relações entre as variáveis. Vejamos as respostas:

> A1: x e y, y varia de acordo como varia x que representa as horas somadas a 250.
> A2: As variáveis: x = quantidade de horas trabalhadas y = total recebido. Com a quantidade de horas trabalhadas, junto aos valores fixos cobrados por ele,

> podemos generalizar e chegar a forma de melhor calcular o quanto o trabalho rende.
> A3: y = 250 + 110x, variáveis x e y, onde x = horas e y = valor total que o DJ vai ganhar.
> A4: As variáveis utilizadas são: valor a ser recebido representado por y e x representa as horas.
> A5: Nesse caso, a única variável presente é a quantidade de horas que ele trabalha, pois isso definirá o valor a receber no final. A relação entre a variável e o valor fixo é totalmente desconexa, pelo motivo já explicado anteriormente. As generalizações feitas podem ser alterando o valor por hora que ele receberá.
> A6: x e y, através dessa situação cotidiana é possível apresentar uma situação de uma função do primeiro grau ou algum problema algébrico.
> A7: Suas variáveis serão: y= valor a ser recebido, x= horas trabalhadas.

As respostas demonstraram que o grupo ainda apresenta certa dificuldade em compreender as relações e generalizações que são estabelecidas entre as variáveis durante o processo de modelagem, embora consigam identificá-las. Apenas o aluno A3 apontou qual seria o modelo matemático correto e os demais focaram em identificar quais seriam as variáveis sem dizer qual seria o modelo matemático correto para o problema proposto, o que denota que os alunos precisam ler com mais atenção o enunciado. O A5 apresentou ambiguidade em sua justificativa e o aluno A6 identificou expressamente o conteúdo matemático envolvido na situação-problema fazendo referência à Álgebra, da qual se extrai o tipo de modelo matemático mais usual que é o de uma expressão algébrica (Lozada, Ribeiro & D' Ambrosio, 2015).

Em seguida, propusemos a seguinte indagação em relação à situação-problema: "Como esse modelo matemático apresentado no problema do Vinicius pode ser validado? E a validação é uma etapa importante na modelagem ou não é necessária?" As respostas foram estas:

> A1: É validado na medida em que representa o valor cobrado em função da variação das horas, a validação é importante.
> A2: Através da observação lógica, onde 110x representa o quanto ele ganha por hora mais o valor fixo de 250. Sim, é através dela que a modelagem vai se mostrar verdadeira, podendo ser utilizada para este tipo de problema.
> A3: Pode ser válido por uma simples tabela e no plano cartesiano onde o eixo y (ordenadas) representa o valor total dos ganhos e o eixo x (abscissas) representa as horas por ele trabalhando. Quer dizer cada hora o valor total muda.
> A4: Através da leitura e interpretando o que ele pede, acredito que seja para ter a confirmação de que o caminho está certo e que conseguimos associar a Matemática ao cotidiano.
> A5: Pode ser validado utilizando-se o conceito de funções e ainda além, substituindo a variável pelo número de horas que ele trabalhou, portanto, encontraremos o valor total recebido por ele. Sim, a validação é de suma importância no processo para contestar a veracidade do modelo desenvolvido.
> A6: Y= 250+ 110x, x será a quantidade de horas que ele vai estar na festa para animar. Supondo que seja uma hora então a validação vai ser a seguinte: y= 250+ 110.1= 360. A validação pode se dizer que seria a parte mais importante, pois é através dela que vamos saber se o método usado é eficaz.
> A7: Através da interpretação e conhecimento da área de Matemática. Sim, pois será a partir daí que ele saberá se o problema foi ou não resolvido.

Todos reconheceram a importância da validação no processo de modelagem matemática, no entanto, encontram dificuldades para a explicar de maneira clara como essa validação se daria no problema proposto. Certamente, esses alunos não tiveram aulas de Matemática nas quais redigiam as respostas por meio de textos matemáticos e nem momentos de argumentação no qual poderiam expor seu raciocínio oralmente, oportunidades estas que ajudam a estruturar a forma de comunicar suas respostas, expressando objetivamente as justificativas e estratégias.

Outro aspecto importante a ser pontuado é que ficou evidente que o grupo pesquisado tem pouca familiaridade com validação de respostas matemáticas, pois geralmente não é um hábito nas aulas de Matemática. A validação quantitativa em modelagem matemática implica em verificar se os resultados gerados pelo modelo matemático correspondem aos resultados que se espera do modelo, ou seja, se o modelo consegue reproduzir o que acontece no fenômeno que se está estudando, além de permitir avaliar a qualidade do modelo em relação aos objetivos que foram estabelecidos para sua elaboração. Caso, durante a validação se constate que o modelo matemático não preenche os requisitos, será necessário elaborar um novo modelo com novas variáveis ou fazer ajustes no modelo atual. Assim, a validação é também uma fase de testes em que se deve verificar detalhadamente se as variáveis selecionadas estão adequadas, se o modelo é eficaz e quais são as implicações do uso do modelo elaborado. Se o modelo for válido, poderá ser utilizado para explicar, prever e se tomar decisões.

Na questão 10 foi apresentando um problema aos alunos no qual era solicitado que elaborassem o modelo matemático e calculassem o número de unidades fabricadas. O problema era este, também extraído de um livro de Ensino Médio: "O custo total da fabricação de determinado artigo depende do custo de produção, que é de R$ 45,00 por unidade fabricada, mais um custo fixo de R$ 2000,00. Pede-se: a) A função que representa o custo total em relação à quantidade fabricada. b) O custo total da fabricação de 10 unidades. c) O número de unidades que deverão ser fabricadas para que o custo total seja de R$ 3800,00".

Seis alunos acertaram todos os itens perguntados e apenas o A5 errou o item c, sendo o erro decorrente de falta de atenção ao esquecer de colocar o custo fixo, como vemos em sua resposta:

> A5: a) A função genérica dá-se por: y = 2000 + 45x, onde x é a quantidade de unidades produzidas; b) Calculando, pois o segundo item, segue: y = 2000 + 45 (10) = 2000 + 450 = 2 450. Portanto, seria R$ 2. 450, 00 de custo. c) Basta fazer o processo inverso, encontra x: 3800 = 45x -> Divide ambos os membros por 45, segue: 3800/45 = 45x/45 -> x = 84,3 (aproximadamente). Portanto, seria aproximadamente 85 unidades.

Na questão 11 foi feita uma pergunta para os alunos relativa ao problema proposto na questão 7 considerando que esse mesmo problema teve uma pergunta a ser respondida na questão 9 que se tratava de um cálculo: "Considerando o problema proposto na questão 7, qual é o valor, em reais, que Vinícius receberá se trabalhar durante 2 horas em uma festa? Sabendo que Vinícius recebeu R$ 635,00 pelo trabalho em determinada festa, por quantas horas ele prestou seu serviço? (questão 9). "Considerando o problema da questão 9, o modelo matemático que representa a função custo total pode ser alterado se for considerado mais alguma variável? Justifique. (questão 11)."

As respostas foram as seguintes:

> A1: Pode. Outra variável poderia alterar a função que representa o custo total.
> A2: Sim, como uma nova variável entraria em consideração, toda relação do modelo precisaria ser revista, podendo levar na alteração na função.
> A3: Sim. Caso o preço fixo mude de acordo com a quantidade fabricada, aí no caso entra mais uma variável!
> A4: Pode sim, pois cada variável irá influenciar e modificar o problema.
> A5: Não, essa é a única variável, pois o custo de R$ 2. 000, 00 já é fixo, somente as unidades que crescem ou diminuem.
> A6: Sim, se houver mais algum gasto pode variar constante o valor de custo.
> A7: Sim, pois dependendo do número poderá diminuir ou aumentar.

Os alunos A1, A2 e A4 conseguiram compreender que a inserção de outras variáveis mudará o modelo matemático, pois há uma nova relação entre as variáveis. Os alunos A3, A5, A6 e A7 focaram apenas nos dados que estavam na questão para responder, pautando-se por aumento e diminuição de valores, ou seja, não prestando atenção no que a pergunta solicitava. Por isso, em sala de aula durante a aplicação da modelagem e após, durante a correção do problema proposto, o professor deve questionar constantemente os alunos para que tenham mais atenção na leitura do enunciado de modo que observem primeiramente o que está sendo pedido, para então, irem além e construírem novas hipóteses e abordagens para o modelo matemático elaborado.

A questão 12 tratava de uma situação-problema que continha o modelo matemático cabendo aos alunos realizarem os cálculos solicitados e todos acertaram a questão. Já a pergunta 13 fazia referência às situações-problema propostas no questionário e trazia esta inquirição: "Em sua opinião, o professor pode ir além das perguntas existentes nas situações-problema e questionar, por exemplo, sobre preços e custos de produção e o impacto para consumidores e para prestadores de serviços e fabricantes, considerando o contexto econômico do Brasil ou o professor não precisa fazer questionamentos após a resolução do problema para desenvolver a competência crítica? Justifique sua resposta. "

Esta questão pretendia verificar se eles, como futuros professores, se prendem apenas em chegar numa resposta numérica para a situação-problema proposta ou se vão além propondo outros questionamentos, sejam matemáticos ou não, para se desenvolver a competência crítica que é o cerne dos estudos de Skovsmose (2001).

As respostas dos alunos foram estas:

> A1: O professor pode ir além das perguntas existentes. Ampliaria o assunto com preços, custos, consumidores, serviços etc.

> A2: Sim, deveria, é uma ferramenta para ajudar a expandir a capacidade de construção de conhecimento do aluno, com assuntos que estão presentes na vida do mesmo, afetando diretamente ela.
> A3: Sim poderia fazer isso. Só assim o aluno vai ter uma visão mais crítica de acordo com nossa realidade econômica e ficar por dentro e entender realmente através da matemática prática o porquê estamos passando por esse cenário econômico!
> A4: Acredito que pensando em desenvolver mesmo o pensamento crítico do aluno, essa pergunta seria importante e faria o aluno pensar, questionar, praticar e expor sua opinião.
> A5: Acredito que ater-se à resolução prática do problema em questão já esteja de bom tamanho, ainda que seja possível fazer-se um breve comentário sobre contextos sociais, mas sem que se perca o foco no desenvolvimento do senso matemático dos alunos.
> A6: Sim, isso faria com que cada aluno desenvolvesse um pensamento crítico sobre o assunto, além do entendimento sobre o assunto.
> A7: Poderá ir além, pois ele vai desenvolver melhor a área de conhecimento do aluno, incentivando o mesmo a pensar.

Os alunos reconheceram a importância do desenvolvimento da competência crítica, embora o A5 ainda dê ênfase ao caráter matemático, o que sinaliza que ainda na formação inicial o conhecimento especializado do conteúdo (relacionado ao domínio dos conteúdos de Matemática Pura) ainda seja considerado mais importante para os alunos do que outros conteúdos, como os pedagógicos que tratam de Didática da Matemática e Metodologias de Ensino, denotando uma herança da visão cartesiana e racional que ainda impera (Battisti, 2010).

O aluno A3 pontuou sobre a competência crítica ser importante para compreensão da realidade e o aluno A4 destacou a relevância do pensamento crítico para se aprender a questionar. Estes elementos – realidade e criticidade - estão presentes nos estudos de D´Ambrosio (1986) e Skovsmose (2001), tanto que o ciclo mostrado neste artigo, construído a partir das concepções dambrosianas tem como elemento chave, a realidade.

Assim, a modelagem consegue fazer essa junção da realidade com a Matemática, trazendo sentido para os conteúdos matemáticos na medida em que os alunos conseguem visualizar, vivenciar e discutir as diferentes situações que se deparam na qual a Matemática está presente, partindo-se do que se encontra na sociedade dentro de uma estrutura de poder, podendo ser manipulada e consequentemente, os cidadãos são impactados.

Consideramos que em relação à resolução matemática, o grupo pesquisado obteve desempenho satisfatório apresentando 90% de acertos nas situações-problema propostas, sendo que nas questões nas quais se indagou aspectos não matemáticos, houve dispersão nas respostas, sem concentrar-se no que foi questionado, muitas vezes com respostas curtas, sem argumentação robusta, daí a necessidade de que na formação inicial, os licenciandos possam olhar a Matemática para além de números, operações e simbologias, mas como uma Ciência em movimento, presente no dia a dia e inserida na sociedade.

De um modo geral, consideramos este levantamento de dados relevante para sinalizar mudanças nos cursos de Licenciatura em Matemática, reiterando a importância da inclusão da modelagem matemática como disciplina ou como prática nos diferentes componentes curriculares, no caso, as disciplinas da Matemática Pura, bem como seja abordada do ponto de vista dos estudos realizados em Educação Matemática para que os futuros professores possam aplicá-la na Educação Básica.

Considerações Finais

Os resultados da pesquisa demonstraram que os futuros professores possuem uma percepção assertiva em relação à perspectiva sociocrítica e à abordagem da MM a partir de situações da realidade, apresentando percepções tênues que se ligam ao contexto amplo (percepções sobre a realidade) e micro (competência crítica) citados na figura 1. Ainda não ficou evidente nas respostas do grupo pesquisado, a importância acerca da crítica sobre a realidade e as relações com o poder (que se referem ao contexto intermediário - macro) na qual a Matemática pode ser manipulada para atender interesses de grupos específicos da sociedade.

As percepções do grupo se aproximam, ainda que muito fluídas, das concepções de D´Ambrosio em relação ao elemento realidade e são direcionadas ao processo ensino-aprendizagem, fortemente ligadas ao conhecimento dos fundamentos matemáticos, devendo com o tempo adquirir mais contornos de uma prática ligada à perspectiva sociocrítica reconhecendo o papel da Matemática na sociedade, seu poder formatador e a partir da reflexão, a tomada de decisão de transformá-la, configurando os três contextos apontados neste trabalho na figura 1. Portanto, os 3 contextos apresentados na figura 1 ainda não estão claros para o grupo pesquisado, dado o pouco contato com os pressupostos teóricos da MM e a sua prática.

Além do mais, apontam que tanto é necessário ter conhecimentos sólidos para a prática da MM quanto buscar conhecimentos para realizá-la, percepções que são complementares, ao mesmo tempo que em sua maioria apontaram sentir-se seguros em praticar a MM, o que deriva da ideologia da certeza apontada por Skovsmose (2001), que se funda no respeito pelos números, pela visão de que a Matemática é uma ferramenta adequada para resolver problemas do cotidiano, mas que somente a prática poderá revelar a verdadeira segurança, pois terão o contato com o ambiente de aprendizagem, suas dinâmicas e imprevisibilidades.

Essas percepções sobre o conhecimento matemático reveladas na pesquisa se entrelaçam com os subdomínios conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento do conteúdo e dos alunos e conhecimento do conteúdo e do ensino, que em síntese dizem respeito aos conhecimentos docentes desenvolvidos na formação inicial e na prática docente, que ainda não estão bem estruturados no grupo pesquisado e que demandam um tempo maior para seu desenvolvimento, de modo que consigam compreender e realizar a prática da MM.

Desta forma, estudos subsequentes poderão apontar se o grupo pesquisado conseguiu compreender os 3 contextos (amplo, macro e micro) e sua importância na prática da MM em sala de aula e se desenvolveram e consolidaram os subdomínios do conhecimento matemático para o ensino apontados neste trabalho.

Referências

Albertim, A. T. S.; Almeida, J. R.; Santiago, M. M. L. (2020). A presença da modelagem matemática na licenciatura plena em matemática da UFRPE. *Pesquisa em Foco*, São Luís, 25 (2), pp. 60-90.

Ball, D.L., Thames, M.H & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What make it special? *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, 59 (5), pp. 389-407.

Barbosa, J. C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais*... Rio Janeiro: ANPED, 2001. pp. 01-15.

Bardin, L. (1997). *Análise de conteúdo*. (1ª ed.). Lisboa: Edições 70.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. (3ª ed.). São Paulo: Contexto.

Battisti, C. A. (2010). O método de análise cartesiano e seu fundamento. *Scientiae Studia*, São Paulo, 8 (4), pp. 571-96.

Brasil. (2018). *Base nacional comum curricular*. Brasília: MEC/SEB.

Borba, M. C. & Penteado, M. G. (2002). Pesquisas em informática e educação matemática. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, 36, pp. 239 – 253.

Borges, R. A. S., Duarte, A. R. S. & Campos, T. M. M. (2018). Múltiplos aspectos da educação brasileira: a atuação do professor Ubiratan D´Ambrosio. *Instrumento - Revista de Estudo e Pesquisa em Educação*, Juiz de Fora, 20 (2), pp. 217-228.

Carneiro, J. D. (2019). *O desafio de manter jovens no ensino médio, principal obstáculo à universalização da educação*. Recuperado em 19 março, 2022, de <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-48696313>

D´Ambrosio, U. (1986). *Da realidade à ação:* reflexões sobre educação e matemática. (5ª ed.). São Paulo: Summus Editorial.

D´Ambrosio, U. (2016). A metáfora das gaiolas epistemológicas e uma proposta educacional. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, 9 (20), pp. 222-234.

D´Ambrosio, U. (2014). *Educação matemática:* da teoria à prática. (23ª ed.). Campinas: Papirus.

Freire, M.C.M. & Pattussi M.P. (2018). Tipos de estudos. In: Estrela, C. *Metodologia científica:* ciência, ensino e pesquisa. 3ª ed. Porto Alegre: Artes Médicas. pp.109-127.

Kaiser, G. & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, Hamburg, 38 (3), pp. 302-310.

Klüber, T. E. (2009) Um olhar sobre a modelagem matemática no Brasil sob algumas categorias fleckianas. *Alexandria*, Florianópolis, 2(2), pp.219-240.

Lozada, C. O. (2009) A prática da modelagem matemática e a formação de professores: as percepções iniciais dos professores em um curso de especialização em modelagem matemática. In:

CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2009, Londrina, *Anais*... Londrina: SBEM, pp. 01-10.

Lozada, C. O.; Ribeiro, A. J. & D'Ambrosio, U. (2015). Mapeamento de questões de Matemática do Enem 2009 que podem estar relacionadas à Modelagem Matemática: uma análise com base em Perfis Conceituais e na Teoria da Flexibilidade Cognitiva. In: Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática, 9., 2015, São Carlos. *Anais*... São Carlos: UFSCAR, pp. 01-12.

Lozada, C. O. & Lozada, A. O. (2022). Modelagem Matemática, BNCC e a prova do ENEM de 2019: confluências e reflexões. *Revista Educar Mais,* Pelotas, 6 (1), pp. 467–492.

Lozada, C. O. (2013*). Direito ambiental: relações jurídicas modeladas pela matemática visando uma formação profissional crítica e cidadã dos bacharelandos em engenharia ambiental*. 362 f. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Lüdke, M. & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação:* abordagens qualitativas. (1ª ed.). São Paulo: EPU.

Mumcu, H. Y.(2018). Examining mathematics department students' views on the use of mathematics in daily life. *International Online Journal of Education and Teaching,* Yasamkent, 51 (1), pp. 61-80.

Sabba, C. G. (2010). *A busca pela aprendizagem além dos limites escolares*. 231 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

Silveira, M. R. A. (2011). A dificuldade da matemática no dizer do aluno: ressonâncias de sentido de um discurso. *Educação & Realidade*, Porto Alegre, 36 (3), pp. 761-779.

Skovsmose, O. (2001). *Educação matemática crítica:* a questão da democracia. (4ª ed.). Campinas: Papirus.

Pakenas, H. & Jesus Filho, J. (2017). Evasão e abandono no ensino médio. *Revista Internacional de Debates da Administração Pública*, Osasco, 2 (1), pp.59-74.

Zanchet, B. M. B. A. (2001). Desenvolvimento de processos algébricos na perspectiva de uma aprendizagem significativa. *Cadernos de Educação*, Pelotas, 1(17), pp. 125 – 145.