

Linear programming: from production engineering to the classroom

Programação Linear: da Engenharia de produção à sala de aula

GONÇALVES, Alisson de Melo⁽¹⁾; NASCIMENTO, Arlyson Alves do⁽²⁾; MELO, Enaldo Vieira de⁽³⁾; NUNES, Hugo Santos⁽⁴⁾

- (1)  0009-0008-2930-1583; Instituto Federal de Alagoas, estudante de licenciatura em Matemática, Brasil. alissonmelo2009@gmail.com
(2)  0000-0002-0631-3273; Instituto Federal de Alagoas, docente, Brasil. arlyson.nascimento@ifal.edu.br
(3)  0009-0008-5952-3208; Instituto Federal de Alagoas, docente, Brasil. enaldo.melo@ifal.edu.br
(4)  0009-0003-9700-0495; Instituto Federal de Alagoas, docente. hugo.nunes@ifal.edu.br

O conteúdo expresso nesse artigo é de inteira responsabilidade dos/as seus/as autores/as.

ABSTRACT

This Final Paper analyzes Linear Programming (LP) from two perspectives: its application in Production Engineering and its integration into high school education as a didactic resource. It begins by presenting the theoretical foundations of Operations Research and LP, highlighting their historical and practical importance in resource optimization and decision-making. Next, the graphical method for solving problems with two variables is addressed, including the mathematical modeling involved. The second part describes the implementation of a didactic sequence with 3rd-year high school students at Colégio Inovar (Atalaia-AL), using active methodologies and technological tools such as GeoGebra and Excel's Solver. The proposal included introductory lessons, group activities, and contextualized problem-solving, aiming to develop students' logical reasoning and decision-making skills. The analysis of the results showed improved performance and increased interest in Mathematics, especially when students recognized the real-world applicability of LP. It is concluded that, in addition to being essential in Production Engineering, LP can be successfully integrated into school education, provided that appropriate pedagogical strategies and technological resources are used to foster active learning.

RESUMO

Este artigo tem como objetivo analisar a Programação Linear (PL) no Ensino Médio como recurso didático para resolução de problemas com duas variáveis através do método gráfico, tendo como enfoque sua aplicação na Engenharia de Produção. A pesquisa, do tipo participante, seguindo uma abordagem qualitativa, foi aplicada a estudantes do 3º ano do Ensino Médio no Colégio Inovar (Atalaia-AL), utilizando metodologias ativas e ferramentas tecnológicas como o GeoGebra e o Solver do Excel. A proposta incluiu aulas expositivas, atividades em grupo e resolução de problemas contextualizados, visando desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade decisória dos estudantes. A análise dos resultados mostrou melhora no desempenho e maior interesse pela Matemática, especialmente ao reconhecerem a aplicabilidade da PL em situações reais. Conclui-se que, além de ser essencial na Engenharia de Produção, a PL pode ser integrada com sucesso ao ensino escolar, desde que acompanhada de estratégias pedagógicas adequadas e recursos tecnológicos que favoreçam a aprendizagem ativa.

INFORMAÇÕES DO ARTIGO

Histórico do Artigo

Submetido: 17/11/2025
Aprovado 23/04/2026
Publicado: 30/06/2026



Keywords:

Linear programming,
high school, production
engineering, GeoGebra,
graphical method

Palavras-Chave

Programação Linear,
ensino médio, engenharia de
produção, GeoGebra,
método gráfico.

Introdução

A Revolução Industrial marcou um ponto importante na história da humanidade, transformando os modos de produção, consumo e organização do trabalho. Com o avanço das máquinas e a consequente redução da dependência do esforço físico humano, a produção industrial foi intensificada, tornando-se cada vez mais eficiente. Essa nova dinâmica impulsionou o crescimento do comércio e consolidou o consumo como um elemento central das sociedades modernas.

À medida que a competitividade se destacava, surgiu uma busca constante por qualidade, inovação e redução de custos. Nesse cenário, tornou-se imprescindível que as empresas, tanto pequenas quanto grandes, adotassem práticas cada vez mais estratégicas de investimento, planejamento, e tomadas de decisão a fim de se manterem relevantes e sustentáveis em um mercado em constante transformação.

Perante toda essa acirrada competitividade mercadológica as organizações buscam estratégias para garantir que sua produtividade seja cada vez mais eficiente, satisfazendo as necessidades dos consumidores, aumentando a lucratividade e consequentemente, diminuindo os custos durante o processo produtivo. Dentre as várias atividades e estratégias competitivas adotadas pelas empresas, a otimização de seus processos como forma de reduzir os custos e padronizar seus procedimentos a fim de garantir a qualidade em todas as suas etapas garantindo uma melhoria contínua para as organizações.

Diante de todo esse cenário competitivo, a PL funciona como uma ferramenta na tomada de decisão, buscando diminuir desperdícios, evitar retrabalhos, buscando ser assertivo nas melhores escolhas que impactam de forma direta no produto final.

A PO é uma área que tem ganhado destaque nas engenharias e demais ciências aplicadas por oferecer soluções matematicamente embasadas para problemas complexos de tomada de decisão. Dentro desse campo, a PL se destaca como uma ferramenta poderosa para a resolução de problemas de otimização, sendo amplamente utilizada em setores como logística, produção, distribuição de recursos e gestão estratégica. No entanto, mesmo com sua relevância prática, esse conteúdo ainda é pouco explorado de maneira aplicada no Ensino Médio, onde muitas vezes a matemática é apresentada de forma abstrata e descolada da realidade dos alunos.

Neste contexto, como a PL, por meio de ferramentas matemáticas como o método gráfico, pode ser aplicada à resolução de problemas reais de maximização e otimização e de que maneira as tecnologias digitais, GeoGebra e o Excel, contribuem para o ensino e aprendizagem de PL?

Este trabalho, para além do seu objetivo, propõe uma reflexão sobre a matemática aplicada no contexto da PO, destacando suas influências positivas na maximização da

eficiência produtiva. Serão analisados modelos matemáticos que possam otimizar o uso de recursos, avaliando o impacto na melhoria da produtividade e na redução de erros. Em um ambiente onde a qualidade e a competitividade são diferenciais cruciais, a matemática aplicada se apresenta como um instrumento indispensável para o desenvolvimento de processos produtivos mais eficientes e eficazes.

O objetivo geral se concentra em analisar a aplicação da PL, com ênfase no método gráfico, como ferramenta de resolução de problemas de otimização na PO, propondo sua adaptação para o Ensino Médio a fim de promover a aprendizagem significativa da matemática. Para alcançar esse objetivo foi necessário: compreender os fundamentos teóricos da PL e sua relação com a PO; resolver modelos de PL com as ferramentas GeoGebra e o Solver do Excel, envolvendo maximização com uso do método gráfico; adaptar problemas resolvidos com PL para o nível do Ensino Médio, utilizando linguagem acessível e abordagem contextualizada.

Fundamentação Teórica

A revolução industrial fez a população mundial consumir cada vez mais, com o aumento das máquinas e menor trabalho braçal, facilitando a comercialização e alavancando a produção das pequenas e grandes indústrias, e com isso, a procura pela qualidade e o menor custo foi sempre crescendo, obrigando todo grande empresário a investir, planejar e controlar.

A PO surgiu durante a Segunda Guerra Mundial como uma abordagem científica para aperfeiçoar o uso de recursos militares. Com a evolução do conflito, os exércitos britânico e norte-americano formaram equipes multidisciplinares compostas por matemáticos, engenheiros e cientistas com o objetivo de desenvolver soluções estratégicas para desafios logísticos e operacionais. Entre os problemas analisados estavam a otimização das rotas de patrulha de submarinos, estratégias eficientes para o uso de radares e a maximização da eficiência na alocação de aviões de guerra e munições. O sucesso dessas abordagens demonstrou o potencial da PO na resolução de problemas complexos, levando à sua adoção em setores civis e industriais no período pós-guerra.

De acordo com Marins (2011), a PO é um método científico que promove ferramentas fundamentais para o uso de tomada de decisões. Na segunda guerra mundial, era necessário um raciocínio lógico rápido e imediato para tratar problemas complexos, cujas soluções poderiam impactar diretamente o curso do conflito e salvar vidas. Diante desse cenário, como eram tomadas as decisões para determinadas situações?

Segundo Lósss (1981), o início da PO aconteceu no ocidente, como uma ferramenta militar para a segunda grande guerra mundial, mas essa ideia começou a ganhar força no Brasil em meados do século XX, por volta do ano de 1957 na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), quando foi criado o primeiro curso de engenharia de Produção do Brasil. A introdução de ferramentas como o método Simplex para a PL contribuiu significativamente

para o desenvolvimento e o aprimoramento da disciplina, ampliando sua aplicação em diversos setores industriais e acadêmicos.

A PO emergiu da necessidade de decisões eficientes na Segunda Guerra Mundial, onde equipes multidisciplinares aplicaram métodos científicos para resolver problemas militares complexos. O sucesso dessas abordagens demonstrou o potencial da PO para a tomada de decisões estratégicas em situações críticas.

A relevância da PO ultrapassou o contexto militar, encontrando potencial no ambiente empresarial pós-guerra, com o desejo por aprimorar a eficiência e a competitividade. Nesse sentido, Hillier e Lieberman (2013, p. 4) destacam que "a essência da PO é a aplicação do método científico para o processo de tomada de decisões". Essa definição cobre a transição da PO de uma ferramenta de apoio militar para uma disciplina fundamental na gestão e otimização de processos em diversos setores da economia. A introdução e o desenvolvimento de técnicas como a PL, exemplificada pelo método Simplex, forneceram aos tomadores de decisão ferramentas quantitativas robustas para lidar com problemas complexos de alocação de recursos, planejamento da produção, logística e muitos outros, impulsionando o crescimento e a sofisticação da indústria global.

Para alcançar o sucesso em qualquer empreendimento, o planejamento se configura como um alicerce essencial. Quando aliado a um controle eficaz, essa sinergia potencializa resultados, convergindo eficiência e satisfação. Essa premissa fundamental reside na base do Planejamento e Controle da Produção (PCP) nas organizações. Utilizando as ferramentas adequadas, podemos diminuir os desperdícios e evitar alguns tipos de gargalos, mantendo constante a produtividade e sua qualidade. A fim de organizar e coordenar os processos de fabricação, o setor de Planejamento e Controle da Produção (PCP) precisa planejar todas as suas atividades, elaborando um plano mestre de produção com base nas informações registradas sobre o controle de estoques.

A programação da produção tem como propósito determinar quanto e quando adquirir, fabricar ou montar cada item essencial para a composição dos produtos finais definidos pelo plano, porém, como é feita essa tomada de decisão, qual o momento ideal para definir qual produto deve ser produzido, ou qual irá atender melhor à demanda do mercado? Diante dessa situação, a PL integra métodos matemáticos e estatísticos para auxiliar nessa tomada de decisão.

Lachtermacher (2016, p. 06) define essa tomada de decisão de forma precisa e coerente para o setor da produção:

Podemos entender a tomada de decisão como o processo de identificação de um problema ou de uma oportunidade e a seleção de uma linha de ação para resolvê-lo. Um problema ocorre quando o estado atual de uma situação é diferente do desejado. Já uma oportunidade ocorre quando as circunstâncias

oferecem a chance de um indivíduo ou de uma organização ultrapassar ou alterar seus objetivos ou metas.

Todo o caminho e embasamento expressado é para mostrar que o PCP está totalmente atrelado à qualidade. De forma paralela, a PO, junto com a programação matemática, apresenta-se como uma ferramenta indispensável para a melhor tomada de decisão. Afinal, escolhas coerentes podem definir o caminho da produção.

Para que as empresas alcancem eficiência e eficácia na produção, é essencial o uso de ferramentas gerenciais, além do planejamento e controle produtivo. A qualidade, embora sem definição exata, tem seu alcance ampliado à medida que se investe em conhecimento sobre o tema, o que contribui diretamente para a satisfação do cliente. Nesse contexto, ferramentas matemáticas têm grande potencial para melhorar a qualidade nas empresas. Em seu artigo, Santos e Antonelli (2011, p. 16) destacam a importância da estatística como um recurso fundamental para a gestão e o controle de qualidade:

Sobre a importância dos padrões de qualidade de apresentação do produto, a gestão da qualidade enfoca a aplicação de métodos que visem avaliar a qualidade percebida pelo consumidor e identificar a qualidade que ele espera de um produto, uma vez que propriedades sensoriais e de forma de apresentação do produto são aspectos priorizados pelo consumidor. Para tanto, o uso da abordagem estatística pode ser de grande valia, não apenas por facilitar a identificação de requisitos do mercado, como também por contribuir para melhorar continuamente o nível de qualidade dos produtos; incrementar a inovação, diante da dificuldade de estabelecer vantagens competitivas; e reduzir custos, entre outros desperdícios.

É notável a importância de padrões focados na qualidade, visando sempre a melhor experiência do consumidor. A abordagem estatística, nesse contexto, revela-se crucial, pois permite uma análise precisa das necessidades do mercado e possibilita melhorias contínuas no nível de qualidade. Além disso, a PL em conjunto com a estatística, contribui para a inovação, um fator essencial em um cenário de competitividade, pois ajuda a estabelecer diferenciais para o produto.

De acordo com Paiva (2008) pode-se destacar o potencial da PL na resolução de problemas do cotidiano, enfatizando sua contribuição no desenvolvimento da capacidade de tomada de decisão durante a formação escolar dos alunos. Essa aplicação formal da matemática promove o desenvolvimento do raciocínio lógico, preparando os estudantes para os desafios do mercado de trabalho e incentivando uma postura analítica frente a situações que exigem escolhas estratégicas e bem fundamentadas.

Por outro lado, Neto (2010) propôs a inserção da PO no Ensino Médio, mas, ao deparar-se com a escassez de materiais didáticos voltados para essa finalidade, passou a orientar seus

alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), em Ilhéus – Bahia, a elaborar apostilas de PL direcionadas à aplicação nesse nível de ensino. O objetivo do autor era viabilizar a introdução de conteúdos relacionados à PO no currículo escolar, promovendo a aproximação dos estudantes com essa área da matemática aplicada.

É notável que a base para a aplicação da PL no Ensino Médio é a resolução de problemas de forma eficiente. Polya (1994, p. 94) faz uma definição sobre a resolução de problemas no prefácio de seu livro “A arte de resolver problemas”:

Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolve, por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta.

A proposta de resolução de problemas apresentada por Polya mostra que os conhecimentos adquiridos em matemática devem ser utilizados como base para enfrentar novos desafios. Para isso, recomenda-se a aplicação de uma sequência sistematizada de procedimentos, que orientam o estudante na construção de soluções de forma estruturada e reflexiva.

Entretanto, faz-se necessário uma sequência didática bem organizada para implementar de forma eficaz todo esse conhecimento sobre PL no Ensino Médio. Pensando nisso, um dos primeiros autores a falar sobre sequência didática foi Zabala (1998, p. 18), considerando como: "Um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores como pelos alunos".

A proposta visa criar um ambiente propício ao desenvolvimento da aprendizagem, no qual o aluno interage com o objeto de estudo de maneira investigativa, sendo desafiado a buscar soluções para os problemas apresentados. Pensando nessa perspectiva, para os alunos terem alguns recursos, visando aperfeiçoar essa busca investigativa, será introduzido previamente conceitos básicos dos softwares GeoGebra e do Solver no Excel.

Metodologia

Neste trabalho, foi utilizada a revisão bibliográfica como abordagem metodológica principal, conforme definição de Fonseca (2002), para quem a metodologia compreende o estudo da organização e das estratégias adotadas na construção do conhecimento. Além disso, a pesquisa apresenta caráter qualitativo, com elementos de pesquisa participante, uma vez que o autor esteve diretamente envolvido na aplicação da proposta didática.

O locus da pesquisa foi uma sala de aula maker do Colégio Inovar, localizado no município de Atalaia, Alagoas, onde foram desenvolvidas atividades práticas com estudantes do 3º ano do Ensino Médio.

Como instrumentos de coleta de dados, foram utilizadas observações em sala, registros gráficos produzidos pelos alunos, aplicações de atividades em grupo e um questionário final aplicado por meio do Google Forms, no qual os discentes relataram suas percepções sobre o uso das ferramentas GeoGebra e Excel.

A análise dos dados ocorreu de forma empírica e interpretativa, com base nas respostas dos alunos e nos resultados obtidos durante a resolução dos problemas, permitindo avaliar o impacto da proposta sobre o processo de ensino e aprendizagem da PL.

Com o objetivo de tornar o ensino de PL mais significativo, esta proposta didática foi elaborada priorizando a resolução de problemas reais por meio de ferramentas tecnológicas acessíveis e interativas. A proposta foi fundamentada em uma sequência didática que buscou integrar teoria e prática, estimulando o raciocínio lógico, a autonomia na aprendizagem e a capacidade de tomada de decisão dos alunos. Suas etapas foram as seguintes:

1. Aula introdutória sobre PL;
2. Introdução aos softwares GeoGebra e Excel, que vão auxiliar na resolução de problemas de PL;
3. Formação de duplas ou grupos para solucionar diversos problemas de PL

A aula introdutória foi o primeiro contato dos alunos com a ideia de PL, tendo em vista que eles já têm uma abstração de conteúdos matemáticos que são base para essa área, como sistemas lineares, geometria analítica, entre outros, utilizando a questão do livro do Ensino Médio Diniz e Smole (2004).

A segunda etapa da sequência consistiu na introdução ao uso de tecnologias digitais, com foco no software GeoGebra e em noções básicas do Microsoft Excel. Os estudantes foram inicialmente familiarizados com o ambiente do GeoGebra, explorando suas funcionalidades gráficas, de modo a compreenderem a representação geométrica das restrições e das regiões viáveis em problemas de PL.

A terceira proposta foi a parte prática relacionada ao que os alunos aprenderam. Essa etapa consistiu na aplicação de cinco questões retiradas do livro “Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões” e uma questão modelada com problemas da região local.

Resultados e discussões

Nesta seção, são apresentados e analisados os resultados obtidos a partir da aplicação prática da proposta didática sobre PL, descrevem-se as etapas de aplicação, as percepções observadas em sala de aula, o desempenho dos alunos frente aos desafios propostos e as reflexões pedagógicas decorrentes da experiência.

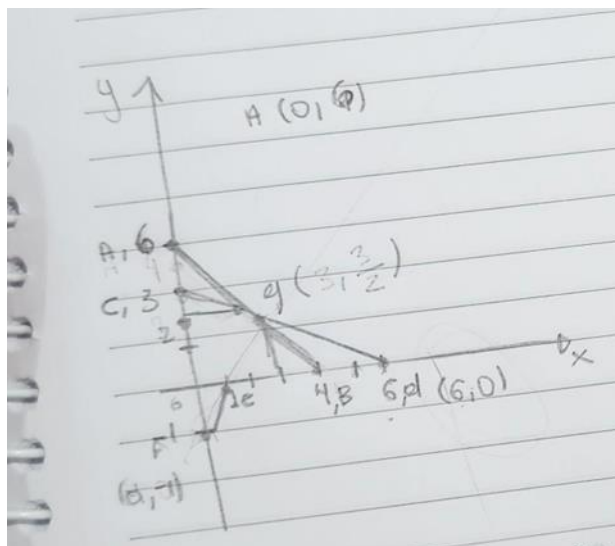
Inicialmente, foi introduzido um breve panorama histórico e metodológico sobre PL. Durante essa aula introdutória, os alunos foram convidados a se posicionar como gestores, refletindo sobre a importância de tomar decisões que podem determinar o sucesso ou o fracasso de uma empresa. Com esse ponto de partida, foi proposta uma atividade prática envolvendo duas restrições, na qual os alunos deveriam resolver o problema utilizando apenas os conceitos trabalhados em sala, sem o auxílio de recursos tecnológicos.

Ao observar um êxito, foi proposto que os alunos realizassem um exemplo mais sofisticado. Ao se depararem com um problema envolvendo quatro restrições, vários alunos apresentaram dificuldades, em busca da solução viável, entre eles: A falta de um papel milimétrico para a construção do gráfico, vários cálculos para isolar as variáveis, calcular as coordenadas dos vértices do polígono da região viável que não estão nos eixos x e y, etc. A imagem a seguir mostra um esboço criado por um dos alunos.

Diante dessas dificuldades, optou-se por realizar uma mediação coletiva, retomando os conceitos de forma gradual e destacando estratégias para organizar o raciocínio durante a resolução, como a elaboração de tabelas intermediárias e a identificação prévia dos pontos de interseção mais relevantes. Essa intervenção possibilitou que os estudantes percebessem a importância da organização e da análise sistemática dos dados, além de reforçar a utilidade de representações gráficas bem estruturadas. Ao final, embora nem todos tenham chegado à solução ótima, observou-se um avanço significativo na compreensão do processo de resolução de problemas de PL, evidenciando que a experiência prática contribuiu para a construção de habilidades analíticas e para o desenvolvimento da autonomia no aprendizado.

Figura 1.

Rascunho desenvolvido por um aluno



Nota: Dados da pesquisa (2025)

Podemos observar as dificuldades citadas no parágrafo anterior, e, analisando o gráfico esboçado, é notório a discrepância do polígono construído entre as quatro variáveis

mencionadas no problema para o polígono construído em sala de aula na primeira experiência dos alunos com PL.

De acordo com Steinmacher et al. (2011) o GeoGebra é um software que permite a construção dinâmica de elementos geométricos em um plano cartesiano, suportando também a inserção direta de equações e coordenadas, feitas em tempo real. É possível destacar que uma das aplicações didáticas mais importantes do GeoGebra é a sua capacidade de representar geometricamente e algebricamente o mesmo objeto, com interatividade. Por essas características, o GeoGebra se mostra uma ferramenta excelente para o ensino e aprendizagem de funções matemáticas, pois permite visualizar dinamicamente os resultados em uma tela de computador.

É notório observar o potencial do GeoGebra no ensino da matemática. O destaque para a construção dinâmica de elementos geométricos e, principalmente, a interação entre representações geométricas e algébricas são pontos cruciais. Isso significa que os alunos não apenas vêem um gráfico, mas também entendem como ele se relaciona com a equação que o descreve, e vice-versa. Essa capacidade de manipular e visualizar as mudanças em tempo real é um grande diferencial, especialmente no estudo de PL. O GeoGebra tira a matemática do abstrato, permitindo que os estudantes experimentem e descubram conceitos por si mesmos. É uma ferramenta que realmente fomenta uma compreensão mais profunda e intuitiva, indo muito além da mera memorização de fórmulas.

Segundo Abreu et al. (2002), o Microsoft Excel é uma ferramenta acessível, de fácil utilização e que favorece a aprendizagem interativa. Com base nessa perspectiva, optou-se por utilizar esse software na presente pesquisa como recurso didático para o ensino de PL. Apesar de estar amplamente disponível nos computadores, muitos alunos ainda desconhecem suas funcionalidades aplicadas à matemática, o que reforça a importância de explorá-lo como uma ferramenta rica para a construção do conhecimento e o desenvolvimento de habilidades analíticas.

Camargo et al. (2014) apresentou uma proposta de PL utilizando o GeoGebra e Excel para facilitar o entendimento dos alunos a respeito da solução ótima do método gráfico. A autora, ao longo de seu trabalho, realizou uma profunda revisão do arcabouço teórico da PL, com especial atenção ao método gráfico, que se mostra visualmente intuitivo. Além disso, ela examinou a relevância da inclusão da PL no currículo da educação básica, alinhando-se implicitamente com os preceitos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e, por extensão, com a futura Base Nacional Comum Curricular (BNCC), ao propor uma metodologia que conecta a teoria à prática.

O principal objetivo da pesquisa de Camargo et al. (2014) foi, portanto, propor uma metodologia eficaz para a inserção da PL no Ensino Médio, utilizando a resolução gráfica como eixo central para facilitar o aprendizado. Mais especificamente, a autora buscou analisar a viabilidade de se integrar a PL à grade curricular, desenvolver um material didático ou uma

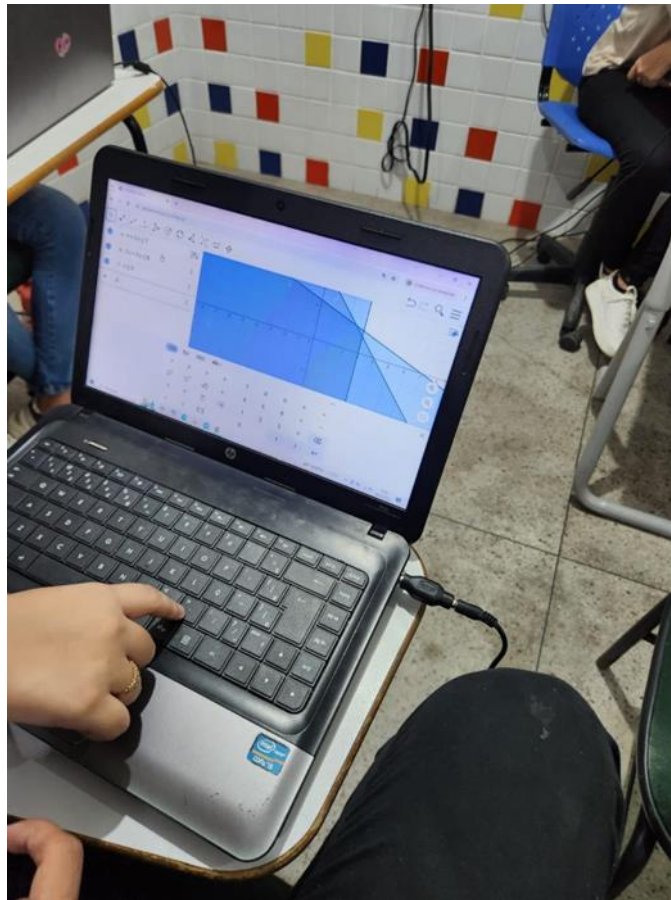
sequência de aulas que utilizasse o método gráfico como ferramenta didática primária, e demonstrar a aplicabilidade da PL na resolução de problemas reais, fazendo uma ponte entre os conceitos teóricos e as situações práticas.

Inicialmente, os alunos resolveram um problema de PL utilizando apenas os conhecimentos adquiridos em sala de aula, com o apoio dos conteúdos teóricos previamente trabalhados, sem nenhum recurso tecnológico. Em um segundo momento, tiveram a oportunidade de aprender a utilizar o GeoGebra e o Solver do Excel, para construir o gráfico das restrições e da função objetivo, construir uma tabela dinâmica, aplicando ambas as ferramentas na resolução dos problemas propostos. Após a análise do problema por meio do software GeoGebra, foram feitas orientações pedagógicas com o objetivo de auxiliar os alunos na compreensão da representação gráfica das inequações. A proposta era que eles entendessem como cada restrição delimita uma região no plano cartesiano, de modo que pudessem identificar visualmente a área viável, ou seja, o conjunto de todos os pares ordenados que satisfazem simultaneamente as condições impostas pelo problema.

Essa etapa marcou a transição do entendimento teórico para a aplicação prática assistida por tecnologia, permitindo aos alunos visualizar de forma concreta como as inequações influenciam o espaço de soluções. A exploração guiada dos semiplanos proporcionou maior clareza no raciocínio geométrico e contribuiu para consolidar os conceitos de viabilidade e otimização.

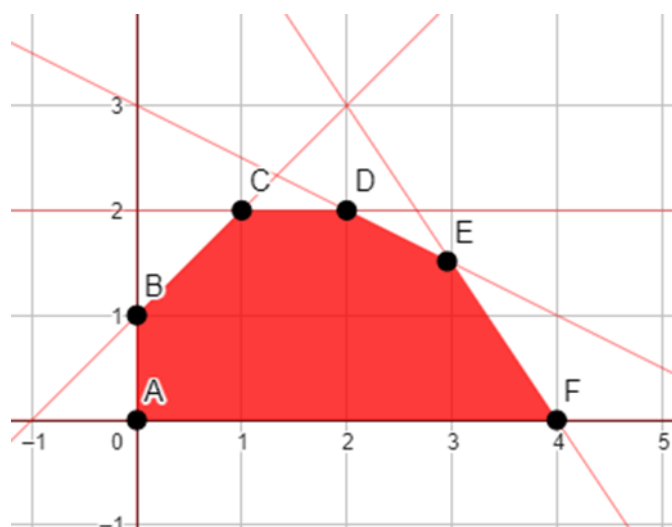
Além disso, a metodologia adotada favoreceu a integração entre teoria, prática e tecnologia, criando um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e participativo. A resolução inicial sem recursos digitais permitiu que os alunos consolidassem conceitos fundamentais, enquanto a posterior utilização do GeoGebra e do Solver ampliou a compreensão por meio de representações visuais e análises automatizadas. Esse processo possibilitou que identificassem de forma mais clara a região viável e percebessem como as restrições influenciam diretamente as possíveis soluções. A combinação entre raciocínio matemático, interpretação gráfica e aplicação em situações reais contribuiu para o desenvolvimento de habilidades como pensamento crítico, resolução de problemas e autonomia na busca por soluções.

Em seguida, foi realizada a interseção de todos os semiplanos representados pelas inequações do problema, evidenciando a região viável no plano cartesiano. Com o auxílio da ferramenta "polígono" do GeoGebra, os alunos puderam delimitar visualmente todos os vértices que definem os limites dessa região. Esses vértices representam as possíveis soluções do sistema de restrições, e sobre eles foi aplicada a função objetivo, a fim de calcular os respectivos valores e identificar qual deles fornece a melhor decisão a ser tomada para a resolução do problema proposto.

Figura 2.*Construção dos semiplanos no GeoGebra*

Nota: Dados da pesquisa (2025)

Essa etapa visual de delimitação da região viável foi fundamental para que os alunos compreendessem, de forma intuitiva, o conceito de conjunto solução. Ao manusearem o GeoGebra para identificar os vértices e, posteriormente, aplicar a função objetivo em cada um deles, os estudantes puderam perceber com clareza como a solução ótima está diretamente relacionada à geometria do problema. Esse processo fortaleceu a percepção dos alunos sobre a importância da interpretação gráfica nas decisões matemáticas, além de promover uma maior autonomia na análise dos resultados, uma vez que muitos conseguiram, por conta própria, validar suas hipóteses com base nas representações visuais e nos cálculos realizados.

Figura 3*Resolução gráfica no GeoGebra**Nota: Dados da pesquisa (2025)*

De forma análoga, os alunos também utilizaram o Excel para estruturar o problema de PL em uma tabela dinâmica. Nessa etapa, eles inseriram os coeficientes das restrições e da função objetivo conforme o modelo matemático previamente construído. Com os dados organizados, aplicaram o recurso Solver para encontrar a solução ótima do problema. Esse procedimento permitiu aos estudantes comparar os resultados obtidos com os que haviam encontrado anteriormente por meio do GeoGebra, reforçando a compreensão sobre a coerência entre os métodos gráfico e algébrico, além de evidenciar como diferentes ferramentas tecnológicas podem ser complementares na resolução de problemas matemáticos.

Figura 4.*Ferramenta Solver do Excel*

	X	Y
	5	4
Variaveis	3	1,5
Função Objetivo	21	

Restrições	X	Y	LE	LD
	6	4	24	24
	1	2	6	6
	-1	1	-1,5	1
		1	1,5	2

Nota: Dados da pesquisa (2025)

Ao obterem o mesmo resultado em ambas as ferramentas, os alunos puderam reconhecer o potencial das tecnologias digitais no estudo da PL. Essa constatação não apenas validou os procedimentos realizados, como também ampliou significativamente a compreensão dos conceitos envolvidos, contribuindo de forma expressiva para o aprofundamento do conhecimento de todos sobre o tema.

A terceira etapa das aulas de PL, listada na metodologia, consistiu em pôr em prática o conhecimento adquirido pelos alunos, desafiando-os a resolver, de forma gráfica e algébrica, problemas de maximização em PL. As questões que compõem a lista foram retiradas do livro “Pesquisa operacional na tomada de decisões” de Lachtermacher (2016):

Questão 1 - Obtenha graficamente a solução ótima para o problema abaixo por meio do cálculo da PL.

Maximize $f(x, y) = 4x + 3y$ sujeito a:

$$\begin{cases} x + 3y \leq 7 \\ 2x + 2y \leq 8 \\ 0 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 2 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

As primeiras questões da atividade foram elaboradas de forma direta, com o objetivo de levar os alunos a aplicarem os conhecimentos adquiridos nas aulas anteriores. Um exemplo disso é a primeira questão, que propõe um problema de maximização em PL, no qual os estudantes devem representar graficamente as restrições e identificar a solução ótima a partir da função objetivo.

A resolução da primeira questão permitiu observar o quanto os alunos estavam aptos a aplicar os conceitos estudados de forma autônoma. Ao identificarem corretamente a região viável no plano cartesiano e avaliarem a função objetivo nos vértices dessa região, muitos demonstraram domínio sobre a representação gráfica das restrições e a importância de interpretar geometricamente os resultados. A clareza com que relacionam os coeficientes da função objetivo com a maximização do lucro indica que a proposta didática atingiu seu propósito, evidenciando que o ensino por meio de problemas bem estruturados, mesmo sem contextualização direta, já é capaz de desenvolver competências essenciais, como o raciocínio lógico e a capacidade de tomar decisões fundamentadas em critérios matemáticos.

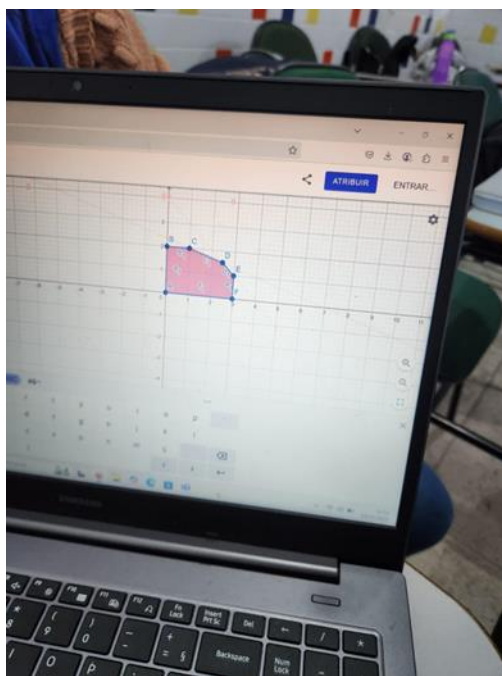
A Figura 5 ilustra a construção gráfica da região viável e dos vértices do problema proposto, permitindo uma visualização clara da solução ótima. A utilização do GeoGebra nesse contexto reforçou a compreensão dos alunos sobre a aplicação prática da PL, ao evidenciar graficamente os impactos das restrições sobre as possíveis decisões.

Essa etapa evidenciou que os alunos estavam aptos a aplicar os conceitos de PL de forma autônoma, identificando corretamente a região viável e avaliando a função objetivo nos vértices dessa região. A clareza na associação entre os coeficientes da função objetivo e a maximização do lucro mostrou que a proposta atingiu seu propósito. O uso do GeoGebra

reforçou a compreensão prática da PL, permitindo visualizar de forma direta como as restrições influenciam as decisões possíveis e fortalecendo habilidades como raciocínio lógico e tomada de decisões com base em critérios matemáticos.

Figura 5.

Resolução gráfica da Questão 1 no GeoGebra



Nota: Dados da pesquisa (2025)

Contudo, essas questões não apresentam uma contextualização e interpretação dos alunos, e não evidenciam o poder da tomada de decisão, proposto desde o início desse trabalho. Pensando nessa hipótese, foi elaborada e contextualizada uma questão, baseado no dia a dia dos estudantes, em situações problema que eles podem se deparar em seu cotidiano, impondo-os a tomar uma decisão que impactará diretamente os rendimentos de uma empresa. É o caso da questão a seguir.

Questão 2 - Uma pizzaria irá preparar dois tipos de pizzas especiais para o final do ano e o empresário contratou um engenheiro de produção para maximizar seus lucros. Analise a tabela abaixo que informa, de forma detalhada, todos os estoques de produção:

- Pizza Família (Tipo 1): 3 fatias de queijo, 1 fatia de lombo, 2 massas.
- Pizza Premium (Tipo 2): 2 fatias de queijo, 2 fatias de lombo, 1 massa.

Estoque disponível:

- Queijo: 90 fatias
- Lombo: 60 fatias.
- Massa: 56 unidades.

Restrições adicionais:

- Máximo de 25 pizzas Família por dia.
- Máximo de 20 pizzas Premium por dia.

Lucros:

- R\$ 25 por pizza Família.
- R\$ 30 por pizza Premium.

Modelo matemático:

Maximize: $z = 25x + 30y$, sujeito a:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 90 & \text{(I)} \\ x + 2y \leq 60 & \text{(II)} \\ 2x + y \leq 56 & \text{(III)} \\ x \leq 25 & \text{(IV)} \\ y \leq 20 & \text{(V)} \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

Quantas pizzas de cada tipo a pizzaria deve preparar por dia para obter o maior lucro possível, respeitando os limites de ingredientes e produção?

- Restrição I:

Para $x = 0$, temos:

$$3x + 2y = 90$$

$$3 \cdot 0 + 2y = 90$$

$$y = 45$$

Para $y = 0$, temos:

$$3x + 2y = 90$$

$$3x + 2 \cdot 0 = 90$$

$$x = 30$$

- Restrição II:

Para $x = 0$, temos:

$$x + 2y = 60$$

$$0 + 2y = 60$$

$$y = 30$$

Para $y = 0$, temos:

$$x + 2y = 60$$

$$x + 2 \cdot 0 = 60$$

$$x = 60$$

- Restrição III:

Para $x = 0$, temos:

$$2x + y = 56$$

$$2 \cdot 0 + y = 56$$

$$y = 56$$

Para $y = 0$, temos:

$$2x + y = 56$$

$$2x + 0 = 56$$

$$x = 28$$

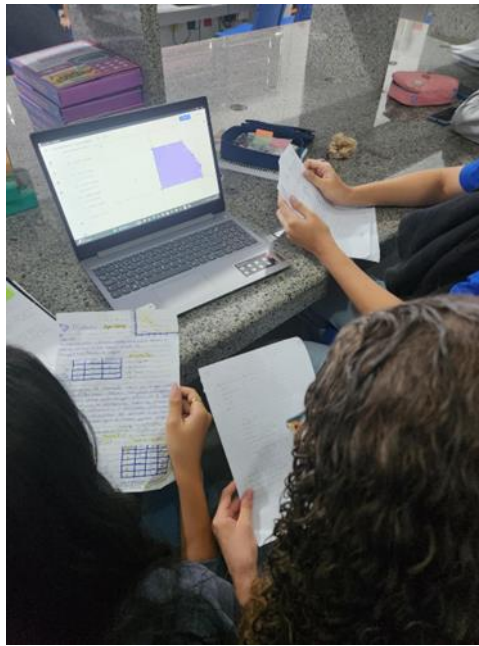
As restrições IV e V envolve apenas uma variável de decisão, logo ambas são retas constantes no gráfico que gera a região viável desse problema.

Durante a resolução do problema, alguns alunos propuseram diferentes formas de representá-lo matematicamente, levantando hipóteses variadas sobre como estruturá-lo. Diante disso, foi necessário intervir com orientações pontuais, explicando como identificar corretamente as variáveis de decisão, as restrições e a função objetivo. A partir dessas orientações, foi possível traduzir a situação-problema em expressões matemáticas, formalizando as restrições envolvidas no contexto apresentado. Então, definimos que a variável de decisão (Pizza do tipo 1) seria representada por x , e a segunda variável (Pizza do tipo 2) seria representada por y .

Em seguida, foi definida a função objetivo, onde vários alunos conseguiram identificar sem muitos problemas, por se tratar da maximização do lucro, todos rapidamente correlacionaram os valores de cada tipo de pizza proporcionados em suas respectivas vendas.

Ao inserirem todas as informações no GeoGebra, os alunos conseguiram representar graficamente o problema da pizzaria e identificar a solução ótima. A visualização do ponto que proporciona a melhor escolha, ou seja, aquele que maximiza o lucro da empresa permitiu compreender, de forma concreta, qual decisão deve ser tomada para tornar o negócio mais viável e eficiente do ponto de vista econômico. Após feita a análise no GeoGebra, eles também utilizaram o recurso do solver do Excel para confirmar os resultados obtidos.

Essa etapa evidenciou a importância de conduzir os alunos em um processo gradual de modelagem matemática, garantindo a compreensão de cada elemento antes de formalizá-lo. As diferentes formas de representação mostraram que, embora haja várias interpretações possíveis, é essencial definir claramente variáveis, restrições e objetivo. O uso combinado do GeoGebra e do Solver permitiu confirmar os resultados e reforçou a ideia de que a PL é uma ferramenta eficaz para a tomada de decisões, integrando raciocínio lógico, visualização gráfica e análise computacional.

Figura 6.*Resolução gráfica da Questão 2 (Pizzaria)*

Nota: Dados da pesquisa (2025)

Após todas as aulas e atividades sobre PL com a turma do Ensino Médio, foi proposta uma pequena entrevista com os alunos, na qual eles puderam relatar suas experiências ao longo do processo de ensino e aprendizagem, e como as ferramentas tecnológicas impactam o seu desenvolvimento. Houve vários feedbacks positivos com relação às aulas, à facilidade de aplicação do recurso GeoGebra e Excel. Parte dos comentários de alguns alunos fez sanar de forma positiva a crítica que Neto (2010) relatou como um problema no ensino de PL em turmas do Ensino Médio, com a integração dos recursos tecnológicos em sala de aula. Esse problema foi superado, demonstrando que a utilização adequada de ferramentas digitais pode transformar e enriquecer o processo de ensino-aprendizagem.

Neto (2010), ao propor a inserção da PO no Ensino Médio, identificou como principal obstáculo a ausência de materiais didáticos voltados para esse nível de ensino. Diante disso, passou a orientar seus alunos de Licenciatura em Matemática na elaboração de apostilas de PL adaptadas à realidade escolar, com o objetivo de tornar possível a introdução desses conteúdos e aproximar os estudantes da matemática aplicada. Em consonância com essa proposta, o uso de ferramentas tecnológicas nas aulas, como o GeoGebra, mostrou-se altamente eficaz. O relato de uma aluna reforça esse impacto positivo:

O GeoGebra é muito mais intuitivo, parece um jogo, o que facilita muito, já que estamos acostumados com esse tipo de design. Além de trazer as informações necessárias para a resolução de forma prática, facilitando o entendimento dos dados utilizados para resolver as questões. E também resolve o mesmo

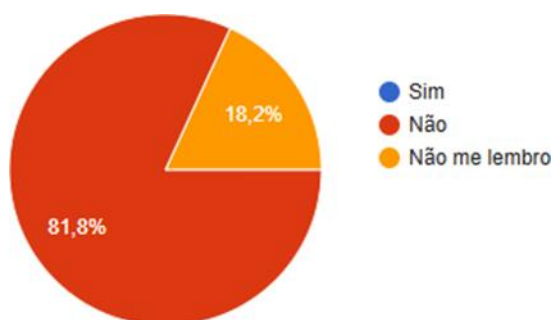
problema de várias formas sem precisar mudar as configurações, como no Excel.

Esse depoimento evidencia que, além de suprir a carência de materiais mencionada por Neto (2010), as tecnologias utilizadas contribuíram para tornar o conteúdo mais atrativo, interativo e compreensível, promovendo um aprendizado mais significativo e alinhado ao cotidiano dos estudantes.

Durante a entrevista, foi feita uma pergunta para investigar se os alunos já haviam ouvido falar sobre PL antes da realização das atividades propostas. As respostas foram categorizadas em três opções: Sim, Não e Não me lembro. O gráfico a seguir ilustra a distribuição dessas respostas, permitindo uma análise do nível de familiaridade prévia dos estudantes com o tema.

Figura 7.

Análise investigativa sobre o conhecimento prévio em PL

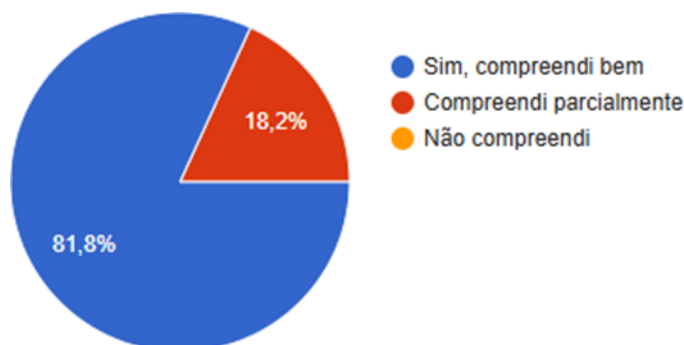


Nota: Dados da pesquisa (2025)

Podemos observar que grande parte dos alunos teve seu primeiro contato com PL a partir dessa aula, e ao final de todas as aulas, todos os discentes obtiveram um bom resultado em aprendizagem, como mostra o próximo gráfico.

Figura 8.

Análise investigativa sobre o desempenho dos alunos



Nota: Dados da pesquisa (2025)

Citado anteriormente, Paiva (2008, p. 17-18) destaca o potencial da PL na resolução de problemas do cotidiano, ressaltando sua importância no desenvolvimento da capacidade de tomada de decisão durante a formação escolar. Segundo o autor, essa aplicação formal da

matemática estimula o raciocínio lógico e prepara os estudantes para os desafios do mercado de trabalho, promovendo uma postura mais analítica diante de situações que exigem escolhas estratégicas.

A experiência prática com as aulas de PL no 3º ano do Ensino Médio confirmou essa perspectiva: os alunos obtiveram um desempenho satisfatório nas atividades propostas, demonstrando compreensão e autonomia na resolução de problemas. Em uma das perguntas realizadas na entrevista "Você se sentiu mais motivado(a) a aprender Matemática utilizando essas ferramentas tecnológicas?" mais de 90% dos estudantes responderam positivamente, revelando um aumento significativo no interesse pela disciplina. Além disso, quando questionados se "os problemas resolvidos nas atividades mostram como a Matemática pode ser aplicada no mundo real", a maioria respondeu que sim, o que corrobora a afirmação de Paiva sobre o papel da PL na formação do pensamento lógico e na valorização da matemática como ferramenta útil e aplicável à vida cotidiana.

A partir dos resultados positivos observados durante a aplicação prática, é importante destacar o potencial da PL como um instrumento interdisciplinar. Ao envolver contextos reais de produção, logística, alimentação e gestão, os problemas propostos em sala dialogam com conteúdos da Física, Economia e Geografia, favorecendo uma aprendizagem mais contextualizada. Essa abordagem pode ser ainda mais potente quando aliada à cultura maker, já que ambientes como a sala de aula utilizada, equipada com recursos de tecnologia e espaço colaborativo, estimulam o protagonismo discente, o trabalho em equipe e a resolução criativa de problemas.

Outro aspecto relevante refere-se à formação docente. A inserção de conteúdos como a PL no Ensino Médio exige que o professor esteja familiarizado não apenas com o conteúdo matemático, mas também com o uso de ferramentas digitais e metodologias ativas. A experiência relatada neste trabalho aponta para a necessidade de formação continuada que contemple o uso pedagógico do GeoGebra, Excel e outras tecnologias voltadas à modelagem matemática, o que pode ser tema de futuras pesquisas ou projetos de extensão em parceria com instituições de ensino.

Considerações Finais

Este trabalho teve como propósito investigar o uso da PL no Ensino Médio como ferramenta didática para resolver problemas de duas variáveis pelo método gráfico, destacando sua aplicação na Engenharia de Produção. Inicialmente, foi possível compreender como a PL, inserida no campo da PO, constitui uma ferramenta estratégica fundamental para a tomada de decisões em ambientes produtivos, contribuindo para a maximização de lucros, redução de custos e utilização eficiente de recursos. A análise dos fundamentos teóricos, bem como a resolução de problemas práticos com o uso do método gráfico, evidenciou a robustez dessa técnica para solucionar questões complexas de forma lógica e objetiva.

No espaço educacional, o trabalho demonstrou que a PL pode ser explorada de forma significativa com estudantes do Ensino Médio, desde que sejam utilizadas metodologias ativas e recursos tecnológicos adequados. A proposta de sequência didática elaborada e aplicada com alunos do 3º ano do Colégio Inovar, em Atalaia-AL, mostrou-se eficiente ao proporcionar aos estudantes não apenas o desenvolvimento do raciocínio lógico e da capacidade de modelagem matemática, mas também o engajamento em situações que representam desafios reais de tomada de decisão. A utilização do GeoGebra e do Solver do Excel como ferramentas pedagógicas permitiu maior compreensão dos conceitos e visualização dos resultados, facilitando essa construção do conhecimento, raciocínio lógico, abrindo novos horizontes e promovendo a construção de um aprendizado mais contextualizado, dinâmico e interativo.

Os resultados obtidos com a aplicação prática da proposta confirmaram o potencial da PL como conteúdo matemático relevante e aplicável, capaz de contribuir para a formação crítica e autônoma dos estudantes. Ao final das atividades, observou-se uma melhora significativa no desempenho dos alunos, bem como um aumento na motivação e no interesse pela Matemática, especialmente por perceberem sua utilidade em situações do cotidiano e em cenários profissionais.

Assim, conclui-se que a integração entre teoria e prática, aliada ao uso consciente de tecnologias educacionais, pode transformar o ensino da Matemática, tornando-o mais atrativo e significativo. A PL, nesse sentido, representa uma oportunidade de trazer para a sala de aula uma Matemática viva, útil e aplicada, que dialoga com a realidade dos alunos e prepara-os para os desafios do mundo contemporâneo.

REFERÊNCIAS

- Abreu, M. A. M. (2002). *Metodologia de ensino de matemática*. LED.
- Camargo, R. S. S. (2014). *Introdução à programação linear no Ensino Médio utilizando a resolução gráfica* (Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Amazonas).
- Diniz, M. I., & Smole, K. S. (2004). *Matemática: Ensino médio* (4ª ed.). Saraiva.
- Fonseca, J. J. S. da. (2002). *Apostila de metodologia da pesquisa científica*. João José Saraiva da Fonseca.
- Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2013). *Introdução à pesquisa operacional*. McGraw Hill Brasil.
- Lachtermacher, G. (2016). *Pesquisa operacional na tomada de decisões* (5ª ed.). Grupo GEN.
- Lóss, Z. E. (1981). O desenvolvimento da pesquisa operacional no Brasil. *PTS*, 10, 81.
- Marins, F. A. S. (2011). *Introdução à pesquisa operacional*. Cultura Acadêmica; Universidade Estadual Paulista.
- Neto, L. L. S. (2010). Pesquisa operacional no ensino médio. *Synergismus Scyentifica UTFPR*, 4(2).
- Paiva, S. M. de A. (2008). *A programação linear no ensino secundário* (Dissertação de mestrado, Universidade Portucalense).

- Polya, G. (1994). *A arte de resolver problemas: Um enfoque do método matemático* (H. L. de Araújo, Trad.). Editora Interciência. (Obra original publicada em 1945)
- Santos, A. B., & Antonelli, S. C. (2011). Aplicação da abordagem estatística no contexto da gestão da qualidade: Um survey com indústrias de alimentos de São Paulo. *Gestão & Produção*, 18(3), 509–524.
- Zabala, A. (1998). *A prática educativa: Como ensinar*. Artmed.