



O estudo do comportamento da sucessão de Fibonacci através de diversas linhas de tendência associadas as suas respectivas equações matemáticas de regressão

The study of Fibonacci succession behavior through several trend lines associated with their respective mathematical regression equations

Página | 771

Edel Alexandre Silva Pontes⁽¹⁾; Edel Guilherme Silva Pontes⁽²⁾;
Janaina Rodrigues de Miranda⁽³⁾; Janaine Ferreira dos Santos⁽⁴⁾;
Andréia Leodório Guarino⁽⁵⁾

⁽¹⁾Pesquisador, Professor de Matemática, Instituto Federal de Alagoas, Rio Largo, Alagoas, edel.pontes@ifal.edu.br

⁽²⁾Pesquisador, Professor de Matemática, Universidade Estadual de Alagoas e CESMAC Centro Universitário, edel@uneal.edu.br

⁽³⁾Estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas e do curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo, janainarodriguesdemiranda@gmail.com

⁽⁴⁾Estudante do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Alagoas e do curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo, janainesantosifal@gmail.com

⁽⁵⁾Estudante do curso de Licenciatura em Química da Universidade Federal de Alagoas e do curso Técnico em Informática do Instituto Federal de Alagoas – Campus Rio Largo, andreia.leodorio@gmail.com

Todo o conteúdo expresso neste artigo é de inteira responsabilidade dos seus autores.

Recebido em: 24 de julho de 2018; Aceito em: 02 de novembro de 2018; publicado em 15 de 12 de 2018. Copyright© Autor, 2018.

RESUMO: A sucessão de Fibonacci é uma das sequências matemáticas mais conhecidas e bastante utilizada para explicar modelos da natureza. Diversas aplicações no ramo da computação, da biologia, das finanças, das artes, entre outras, tem a sucessão de Fibonacci como referencial. As linhas de Tendência são gráficos gerados por equações matemáticas que se ajustam a um conjunto de dados (x, y) , no intuito de estimar resultados futuros. Objetivou-se como este artigo avaliar o comportamento da Sucessão de Fibonacci através de diversas Linhas de Tendência utilizando como ferramenta a Regressão do Software Excel. Metodologicamente, a ideia é apresentar para cada Linha de Tendência sua equação matemática de Regressão e seu coeficiente de correlação R^2 . Quatro Linhas de Tendências serão apresentadas: Linear, Exponencial, Logarítmica e Potência. A pergunta a ser respondida é: qual o melhor modelo de regressão que se ajusta a sucessão de Fibonacci? Desta forma, espera-se que este trabalho possa contribuir na aprendizagem de modelos de regressão nos diversos níveis de ensino da Educação Básica.

PALAVRAS-CHAVE: Sucessão de Fibonacci, Regressão no Excel, Linhas de Tendência.

ABSTRACT: The Fibonacci sequence is one of the most well-known mathematical sequences used to explain nature models. Various applications in the field of computing, biology, finance, arts, among others, have succession of Fibonacci as a reference. Trend lines are graphs generated by mathematical equations that fit a set of data (x, y) , in order to estimate future results. The objective of this article was to evaluate the behavior of Fibonacci Succession through several Trend Lines using Excel Regression as a tool. Methodologically, the idea is to present for each Trend Line its mathematical Regression equation and its correlation coefficient R^2 . Four Trend lines will be presented: Linear, Exponential, Logarithmic and Power. The question to be answered is: what is the best regression model that fits the Fibonacci sequence? Thus, it is expected that this work can contribute to the learning of regression models in the different levels of Basic Education.

KEYWORD: Fibonacci succession, Excel regression, Trend lines.

INTRODUÇÃO

Diante do advento do computador, o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação – TICs, no ambiente escolar, tem tornado uma possibilidade bastante usual no processo de ensino e aprendizagem de matemática e áreas afins. Conforme Tenório, et al (2017) o uso de Softwares educativos é agudamente necessário para uma melhor performance do aprendiz na escola que frequenta, pois permite que ele experimente construções e descubra conceitos a partir do manuseio de gráficos, tabelas e medidas. “As transformações tecnológicas impõem novos ritmos, novas percepções, surgindo assim mudança no comportamento e no ensino e aprendizagem. Com essas mudanças percebemos um descompasso entre a geração que ensina e a de quem aprende” (NASCIMENTO e SCHIMIGUEL, 2017, p.116).

Percebe-se que reinventar o processo de ensino e aprendizagem de matemática é uma forma motivadora de gerar indivíduos prontos para enfrentar os desafios do mundo contemporâneo. As novas metodologias de ensino devem está associadas ao cotidiano dos aprendizes, pois, desta forma, acredita-se que minimizaremos as distâncias entre a teoria e a prática educacional (PONTES, et al, 2017, p.474).

O presente artigo de cunho teórico tem como finalidade apresentar uma proposta para estudar o comportamento de um modelo matemático bastante usual – *Sucessão de Fibonacci* - através de gráficos e equações – *Linhas de Tendência e equações matemáticas* - utilizando como ferramenta a Regressão do Software Excel. Entende-se que está atividade fortalecerá o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo, como também aproximará o modelo abstrato da prática concreta. Percebe-se que dois pontos são fundamentais para o entendimento do trabalho: I. A Sucessão de Fibonacci; e II. Linhas de Tendências associadas as suas equações matemáticas através da ferramenta Regressão do Software Excel.

SUCESSÃO DE FIBONACCI

A sucessão de Fibonacci deve-se ao grande matemático da idade medieval Leonardo de Pisa (1175-1250) ou Leonardo de Fibonacci quando publicou a sua obra *Liber Abaci*, em 1202.

Neste livro Fibonacci explica a leitura e a escrita destes novos algarismos e traz vários problemas de álgebra, geometria e também problemas envolvendo juros, permuta de mercadorias e moeda. Talvez o mais famoso destes problemas seja o problema dos coelhos, que deu origem a sequência de Fibonacci (GUSMÃO, 2003, p. 55).

Figura 1 – Reprodução de coelhos por Sucessão de Fibonacci

Mês	Nº de pares de adultos	Nº de pares de filhotes	Total
1º	0	1	1
2º	1	0	1
3º	1	1	2
4º	2	1	3
5º	3	2	5
6º	5	3	8
7º	8	5	13
8º	13	8	21
9º	21	13	34
10º	34	21	55
11º	55	34	89
12º	89	55	144

Fonte: <https://www.google.com.br>

Na Figura 1, observa-se que um casal de coelhos no 1º mês, vão gerar outro no 2º mês, no 3º mês teremos 2 casais, no 4º mês serão 3 casais, no 5º mês serão 5 casais, no 6º serão 8 casais, e assim por diante. Cada mês o número de casais de coelhos será a soma do total de casais de coelhos dos dois meses anteriores. A reprodução de coelhos segue a sucessão de Fibonacci.

Toda sequência ou sucessão numérica é uma função $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ tal que $f: n \rightarrow a_n$, onde os elementos estão na forma $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$. A Sucessão de Fibonacci é uma sequência matemática que é definida recursivamente pela seguinte fórmula:

$$\begin{cases} F_1 = 1 \\ F_2 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ para } n > 2, n \in \mathbf{N} \end{cases}$$

Então, a Sucessão de Fibonacci é dada por:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots$$

LINHAS DE TENDÊNCIA E SUAS RESPECTIVAS EQUAÇÕES MATEMÁTICAS DE REGRESSÃO

A Linha de Tendência é um gráfico estatístico gerado por uma equação matemática que melhor se ajusta a um conjunto de dados (x, y) . No Excel essa ferramenta é chamada Regressão que pode gerar diversas Linhas de Tendência. Neste estudo usaremos as seguintes Linhas de Tendência associada as suas respectivas equações (Tabela 1).

Tabela 1 – Linhas de Tendência associadas a sua respectivas equações matemáticas.

Linha de Tendência Linear	Linha de Tendência Exponencial	Linha de Tendência Logarítmica	Linha de Tendência Potência
$y = Ax + B$	$y = Be^{Ax}$	$y = A \ln x + B$	$y = Bx^A$

Fonte: Elaboração dos Autores, 2018.

A Linha de Tendência Linear apresenta um comportamento que pode aumentar ou diminuir seguindo uma taxa fixa. A Linha de Tendência Exponencial segue um comportamento que seus valores estão aumentados (diminuindo) com taxas cada vez mais alta. A Linha de Tendência Logarítmica expressa um comportamento que sua taxa aumenta ou diminui rapidamente e logo depois nivela. A Linha de Tendência Potência é uma linha curva de maneira que seus valores aumentam a uma taxa específica.

Acompanhado da equação matemática de Regressão, o Excel também gera um fator R^2 , chamado coeficiente de correlação, que mostra, em porcentagem, o quanto a equação matemática de Regressão se aproxima do valor ideal, isto é, quanto mais próximo R^2 estiver de 1, melhor o ajuste da equação ao conjunto de dados.

PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

A pesquisa é de cunho teórico e descritivo. Metodologicamente, o trabalho consiste em gerar um conjunto de dados (x, y) que possa analisar o comportamento da sucessão de Fibonacci estabelecendo uma melhor equação de ajuste. O Software utilizado foi a planilha do Excel 2017 em uma ferramenta chamada Regressão – Linhas de Tendência.

Quando o computador transmite informação para o aluno, o computador assume o papel de máquina de ensinar, e a abordagem pedagógica é a instrução auxiliada por ele. Essa abordagem tem suas raízes nos métodos tradicionais de ensino, porém, em vez da folha de instrução ou do livro de instrução, é usado o computador. Os softwares que implementam essa abordagem são os tutoriais e os de exercício-e-prática (VALENTE et al, 1999, p. 12)

O conjunto de dados gerados (x, y) foi de 10 pontos (Tabela 2), onde a variável x representa a ordem n de cada número da sucessão de Fibonacci, e a variável y representa os números a_n da Sucessão de Fibonacci,. Desta forma temos:

Tabela 2 – Conjuntos de dados (x, y) representando a sucessão de Fibonacci.

$x = n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$y = a_n$	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55

Fonte: Elaboração dos autores, 2018.

O problema a ser respondido na pesquisa é: Qual a equação matemática – Linha de Tendência – que melhor se ajuste a esse conjunto de dados (x, y) ? Para obtermos uma resposta fidedigna e mais próxima do modelo ideal, serão apresentadas quatro equações matemáticas de Regressão e suas respectivas Linhas de Tendência e coeficientes de correlação R^2 . As linhas de Tendência são os gráficos gerados a partir das equações matemáticas de regressão e o coeficiente de correlação define o quanto os dados estão ajustados com o modelo (quanto mais próximo do valor 1, melhor o ajuste).

As etapas da atividade proposta são:

- Definir os principais modelos de regressão, as funções: Linear, Exponencial, Logarítmica e Potência.
- Apresentar o suplemento linhas de tendência do Software do Excel 2017.
- Gerar um conjunto de dados associado aos números da sequência de Fibonacci.
- Construir os gráficos, pelo Excel, dos modelos matemáticos e apresentar suas equações de regressão.
- Definir o melhor ajuste de regressão, através do coeficiente de correlação.
- Fazer os devidos comentários.

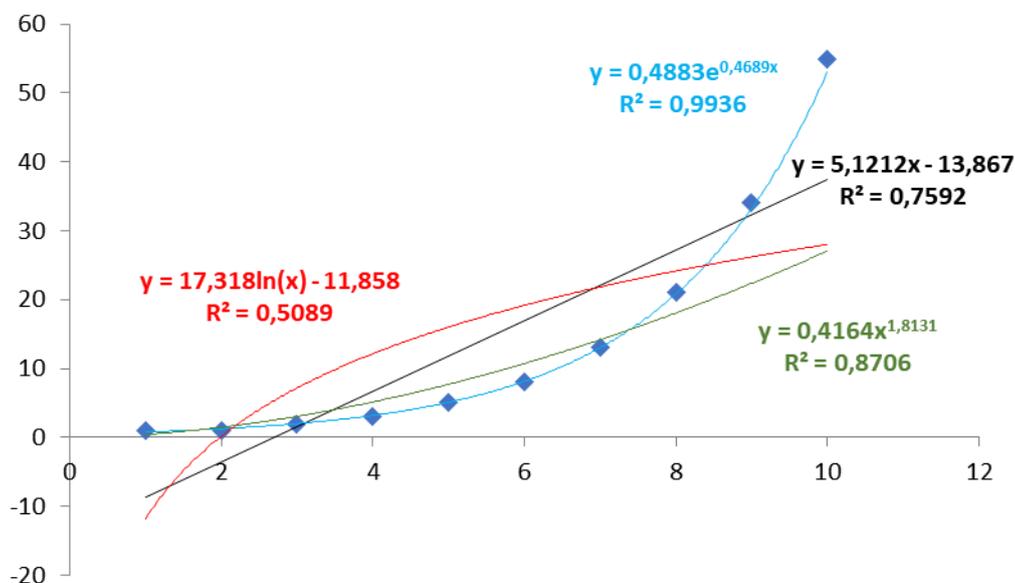
RESULTADOS E DISCUSSÃO

A proposta do artigo é encontrar uma equação matemática que melhor se ajuste a sequência de Fibonacci. Através de uma análise gráfica de regressão por meio do Software Excel apresentamos nesta seção a resposta do problema proposto.

Os gráficos estatísticos fazem parte de uma linguagem universal, uma forma de apresentação de dados para descrever informações, com o objetivo de produzir no investigador, no público ou no aluno uma impressão mais rápida e viva do assunto em estudo, os quais nos dias de hoje podem ser vistos frequentemente ocupando lugar de destaque nos meios de comunicação escrita e falada (PEÇA, 2018, p.2).

O Gráfico 1, mostra que a equação matemática que melhor se aproxima do modelo ideal da Sucessão de Fibonacci é a Linha de Tendência Exponencial ($R^2 = 0,9936$) com equação $y = 0,4883e^{0,4689x}$. Percebe-se também que a Linha de Tendência Logarítmica ($R^2 = 0,5089$) tem em sua equação $y = 17,318\ln(x) - 11,858$ o pior ajuste.

Gráfico 1: Linhas de Tendência associadas as suas respectivas equações matemáticas e seus coeficientes de correlação.



Fonte: Elaboração dos autores, 2018.

Uma das grandes dificuldades no processo de ensino e aprendizagem de matemática na educação básica deve-se a construção de gráficos matemáticos. Observa-

se que esta atividade pode servir como instrumento para o entendimento do comportamento dos gráficos de algumas funções matemáticas importantes.

A utilização de um Software educacional para explicar modelos matemáticos tem uma importância fundamental para um melhor entendimento de conceitos extremamente necessários no processo de ensino e aprendizagem de matemática. A atividade proposta requer do aluno aprendiz apenas conhecimentos superficiais da utilização do suplemento Linhas de Tendência do Excel, como também, os conceitos e gráficos de funções elementares.

Nota-se que outras atividades podem ser propostas utilizando sucessões matemáticas conhecidas, tais como, os números primos, os números hexagonais, sequências dos quadrados perfeitos, entre outros. Propostas dessa natureza leva o aprendiz a desenvolver habilidades computacionais e melhorar sua aprendizagem com modelos matemáticos usuais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O grau de motivação e interesse deste estudo deve-se, basicamente, a interpretação de um modelo matemático usual através de gráficos e equações matemáticas dispondo como instrumento de auxílio um software educativo. Para Pontes (2017, p.2) “Na contemporaneidade é cada vez maior a necessidade de conceber meios na prática educacional de modo que a teoria estudada esteja diretamente correlacionada com modelos usuais dos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem”.

“Com o advento das novas tecnologias da comunicação as práticas educacionais de educar, pensar e de conhecer vêm sofrendo bastantes modificações. A escola (a nova escola) vem recebendo um verdadeiro bombardeio de informações de diferentes meios, com as novas possibilidades de acesso a informação, se questiona a funcionalidade da prática pedagógica nessas instituições. Aprender qualquer que seja um dos conteúdos escolares pressupõe atribuir um sentido lógico e construir os significados que estão associados a esse tal conteúdo” (PONTES, 2013, p. 8).

A transformação tecnológica no mundo moderno exige que a escola esteja preparada para quebrar paradigmas no processo educativo e principalmente na metodologia de ensino e aprendizagem de matemática. “A matemática é essencial para a compreensão dos modelos da natureza e que desta forma professores devem estar

prontos para desenvolver técnicas que possam gerar motivação e interesse do aluno pelo aprendizado dos conteúdos de matemática” (PONTES, 2018, p.19).

Diante disto, espera-se que este trabalho possa gerar estímulos necessários para que outros pesquisadores possam buscar práticas que fortaleçam o processo de ensino e aprendizagem de matemática com o propósito de gerar novos conhecimentos e saberes.

REFERÊNCIAS

1. NASCIMENTO, Edvaldo Lopes; SCHIMIGUEL, Juliano. Referenciais teórico-metodológicos: sequenciais didáticas com tecnologias no ensino de matemática na educação básica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 8, n. 2, p. 115-126, 2017. Disponível em < <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1281>> Acesso em: 22 de julho de 2018.
2. GUSMAO, Gisele de Araújo Prateado. A Sequencia de Fibonacci. **DA OLIMPIADA**, p. 55-71, 2003. Disponível em < <https://jheruz.mat.ufg.br/up/36/o/r4.pdf#page=61>> Acesso em 23 de julho de 2018.
3. PEÇA, Célia Maria Karpinski. **Análise e interpretação de tabelas e gráficos estatísticos utilizando dados interdisciplinares**. 2012. Disponível em < <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1663-8.pdf>> Acesso em 23 de Julho de 2018.
4. PONTES, Edel Alexandre Silva. HIPERMAT–Hipertexto Matemático: Uma ferramenta no ensino-aprendizagem da matemática na educação básica. **Psicologia & Saberes**, v. 2, n. 2, 2013. Disponível em < <http://revistas.cesmac.edu.br/index.php/psicologia/article/view/715>>. Acesso em: 21 de outubro de 2018.
5. PONTES, Edel Alexandre Silva et al. Raciocínio lógico matemático no desenvolvimento do intelecto de crianças através das operações adição e subtração. **Diversitas Journal**, v. 2, n. 3, p. 469-476, 2017. Disponível em < http://www.kentron.ifal.edu.br/index.php/diversitas_journal/article/view/552/505> Acesso em 22 de julho de 2018.
6. PONTES, Edel Alexandre Silva. O uso de uma prova paramétrica para tomada de decisão em uma pesquisa de campo: um eficiente processo de ensino e aprendizagem. **Revista Educação & Tecnologia**, n.17, p.1-10, 2017. Disponível em <<http://revistas.utfpr.edu.br/pb/index.php/revedutect/article/view/2246>>. Acesso em: 22 de julho de 2018.
7. PONTES, Edel Alexandre Silva. INDAGAÇÕES DE UM PROFESSOR-PESQUISADOR SOBRE O PROCESSO ENSINO E APRENDIZAGEM DE

MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA. **RACE-Revista da**

Administração, v. 2, p. 11-20, 2018. Disponível em <

<http://revistas.cesmac.edu.br/index.php/administracao/article/view/815> >.

Acesso em 21 de outubro de 2018.

8. TENÓRIO, André; DO NASCIMENTO, Carla P. V.; TENÓRIO, Thais. Uso do software Geogebra, blog, e-mail e whatsapp no estudo de Matemática. **Revista Tecnologias na Educação**, ano 9, v.19, 2017. Disponível em: <

<http://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2017/07/Art10-vol19-julho2017.pdf>> Acesso em: 23 de julho de 2018.

9. VALENTE, José A. et al. **O computador na sociedade do**

conhecimento. Campinas: Unicamp/NIED, p. 11-18, 1999. Disponível em <

<http://usuarios.upf.br/~teixeira/livros/computador-sociedade-conhecimento.pdf>> Acesso em 23 de julho de 2018.